dr hab. inż. Marek Łagoda, prof. IBDiM \* mgr inż. Krzysztof Śledziewski\*\*

# Analiza mostowej konstrukcji stalowo-betonowej z płytą rozciąganą

artykule przedstawiono zagadnienia dotyczące pracy mostowej konstrukcji zespolonej stalowo-betonowej uwzględniającej zarysowanie rozciąganej płyty betonowej w warunkach rzeczywistych. Analiza obejmowała ocene współdziałania betonu między rysami w przenoszeniu zginania działającego na przekrój zespolony, średnie odległości między powstałymi rysami i ich szerokość rozwarcia. Wykorzystano wyniki badań próbnych obciążeń statycznych mostu Północnego w Warszawie [3]. Oceniono współpracę betonu między rysami w przenoszeniu sił zginających działającego na przekrój zespolony. Wyznaczono średnie odległości między rysami i ich szerokość rozwarcia.

Problem rozciągania płyty betonowej w zespolonych belkach ciągłych rozwiązano w połowie lat osiemdziesiątych przez wprowadzenie w obszarach momentów ujemnych dodatkowych sił ściskających beton. Obecnie coraz częściej stosuje się belki z zarysowaną strefą rozciąganą. Na ograniczenie rozwarcia rys pozwolił ściśle określony sposób zbrojenia (właściwe średnice i odstępy między zbrojeniem) oraz odpowiedni sposób obliczeń z uwzględnieniem różnic sztywności giętnej przekrojów.

# Model badanej konstrukcji

Most Północny składa się z trzech niezależnych obiektów, przy czym obiekty M2 i M3 stanowią dwie prawie bliźniacze konstrukcje:

• M1 – trasa tramwajowa wraz z ciągiem rowerowo-pieszym;

- M2 jezdnia północna;
- M3 jezdnia południowa.

Ze względu na brak pełnej dokumentacji technicznej obiektu M1 oraz zmienną liczbę dźwigarów w obiekcie M3, wynikającą ze zmiennej szerokości całkowitej, przeprowadzono analizę obliczeniową obiektu M2.

Obiekt M2 został zaprojektowany jako konstrukcja ciagła dziesiecioprzesłowa, o długości teoretycznej w osiach podparć odpowiednio (liczac od lewego brzegu rzeki) 45,00 + 65,00 + 110,00 + 160,00 + 110,00 + 66,66 + 2 x 66,67 + 60,00 + 45,00 = 795,00 m. Konstrukcję nośną stanowi stalowy, jednokomorowy dźwigar skrzynkowy współpracujący z żelbetową płytą pomostu jezdnego (rysunek 1). Wysokość konstrukcyjna dźwigarów w przęsłach zalewowych jest stała i wynosi 3,25 m, zaś w głównym przęśle nurtowym od 3,25 m w osi przęsła do 8,50 m nad podporami.



Rys. 1. Typowy przekrój poprzeczny obiektu M2

Obiekt M2 Mostu Północnego badano pod obciążeniem próbnym, które stanowiło 28 czteroosiowych samochodów ciężarowych o średniej masie całkowitej jednego pojazdu 31 994 kg.

### Mechanizm tworzenia się rys

Na tworzenie się rys w belkach zespolonych mają wpływ odkształcenia wywołane przez obciążenia zewnętrzne, a także odkształcenia na skutek skurczu betonu czy też zmiany termiczne [1, 2]. W betonowej części belki zespolonej rysy mogą wystąpić w przypadku, gdy [7]:

 płyta betonowa jest zginana – jeśli oś obojętna dźwigara zespolonego nie znajduje się w dźwigarze stalowym (rysy prostopadłe do osi belki);  płyta betonowa jest rozciągana
dotyczy stref tzw. momentów ujemnych (rysy prostopadłe do osi belki);

 płyta betonowa jest ściskana – w fazie osiągnięcia nośności granicznej.

Z punktu widzenia analizy sztywności i nośności ciągłych, mostowych konstrukcji zespolonych ważne są rysy drugiego rodzaju. Ich lokalizacja, rozstaw i rozwój wydają się kluczowe przy obliczaniu ugięć oraz redystrybucji momentów zginających, zwłaszcza w zakresie sprężystym, w układach ciągłych. W tym kontekście istotna jest również współpraca betonu rozciąganego ze zbrojeniem w sąsiedztwie rysy.

Przebieg rys drugiego rodzaju, typowych dla stref podporowych belek ciągłych i wspornikowych, jest zbliżony do rys w prętach rozciąganych. Charakterystyczną ich cechą jest rozwój na całej wysokości przekroju, gdy naprężenia na górnej krawędzi przekroczą wytrzymałość betonu na rozciąganie.

**Mechanizm tworzenia się rys.** W miarę wzrostu obciążenia współpraca rozciąganego zbrojenia z betonem obejmuje trzy fazy:

■ faza I – współpraca sprężysta – pełne, ciągłe połączenie zbrojenia z betonem. Odkształcenia stali zbrojeniowej oraz betonu w każdym przekroju elementu są takie same. Różnica naprężeń rozciągających w betonie  $\sigma_c$ i w zbrojeniu  $\sigma_s = n\sigma_c$ , przy tych samych odkształceniach obu materiałów, wynika z różnicy ich modułów sprężystości  $n = E_s/E_c$ ;

■ faza II – tworzenie się rys – pierwsza rysa powstaje w miejscu, w którym najmniejsza jest lokalna wytrzymałość betonu na rozciąganie. W miejscu powstania rysy naprężenia w betonie spadają do zera, a zbrojenie przenosi całą siłę rozciągającą  $\sigma_s = N_c/A_s$ . Jest to możliwe, ponieważ poza rysą występują siły przyczepności zbrojenia do betonu. Ich zmienność na długości pręta, z każdej strony rysy,

<sup>\*</sup> Instytut Badawczy Dróg i Mostów

<sup>\*\*</sup> Politechnika Lubelska, Wydział Budownictwa i Architektury

wpływa na redystrybucję naprężeń w betonie [2]. Nawet nieznaczny wzrost obciążenia może wywołać kolejne rysy, w miejscach, w których lokalna wytrzymałość betonu na rozciąganie zostanie ponownie przekroczona. Wzrost obciążeń zewnętrznych prowadzi do tworzenia się rys do chwili, gdy odległość pomiędzy nimi stanie się na tyle mała, że proces redystrybucji naprężeń rozciągających w betonie nie będzie możliwy;

■ faza III – ustabilizowane rozmieszczenie rys – dalszy wzrost obciążenia wywołuje wzrost rozwarcia rys. Na całej długości rozciąganego elementu występują różnice odkształceń stali zbrojeniowej i otulającego ją betonu.

W przypadku, gdy siła rozciągająca N jest mniejsza od siły krytycznej N<sub>or</sub> rozciągany element żelbetowy pracuje w fazie I. Wzrost siły N powoduje wzrost naprężeń rozciągających w betonie. Gdy  $N = N_{cr}$ , w przekroju o najmniejszej wytrzymałości powstaje pierwsza rysa ( $\sigma_s = N_c/A_s, \sigma_c = 0$ ). Na odcinkach pręta o długości s,, usytuowanych poza strefami odprężenia, odkształcenia i naprężenia w betonie oraz w stali zbrojeniowej są zgodne z założeniami fazy I:  $\varepsilon_{0} = \varepsilon_{0}$  i  $\sigma_{0} = n\sigma_{0}$ . Dalszy wzrost obciążenia wywołuje fazę ustabilizowanego rozmieszczenia rys, których rozstaw sm pozostaje stały, natomiast zwiększa się ich rozwarcie. Średnie odkształcenie zbrojenia wzdłuż całego pręta jest zatem mniejsze od tego, które wynikałoby z przyjęcia teorii fazy II. Efekt ten określany jest jako tension stiffening, czyli usztywnienie przy rozciąganiu lub współpraca betonu rozciąganego między rysami (rysunek 2).

Różnicę odkształceń zbrojenia oraz elementu żelbetowego  $\Delta$ , wynikającego z wpływu współpracy betonu i zbro-



Rys. 2. Wykres zależności σ – ε w zbrojeniu rozciąganym elementów żelbetowych

jenia na odcinku między rysami określa zależność:

$$\Delta = \Delta \varepsilon_{sm} = \frac{1}{E_s} \beta_1 \beta_2 \frac{\left(\sigma_{sr}^{\parallel}\right)^2}{\sigma_s^{\parallel}} \qquad (1)$$

gdzie:

σ<sup></sup><sub>u</sub>i σ<sup>u</sup><sub>a</sub> – naprężenia w zbrojeniu wyznaczone w fazie II, odpowiednio przy obciążeniu wywołującym rysy oraz obciążeniu założonym;

 $\beta_1 i \beta_2 - współczynniki uwzględniające wpływ naprężeń przyczepności oraz obciążeń długotrwałych na odkształcenia rozciąganego elementu.$ 

Po osiągnięciu przez zbrojenie granicy plastyczności  $f_{yk}$  (siła  $N_{max}$ ), szerokość rozwarcia rys wzrasta. Średnia jej wartość wynika z różnicy odkształceń betonu i stali zbrojeniowej (rysunek 3).



Rys. 3. Odkształcenia w zbrojeniu i betonie rozciąganym w chwili powstania rysy

Rozwarcie rys przy średniej odległości między rysami s<sub>m</sub> określa zależność:

$$w_m = \int_0^{s_m} \left( \varepsilon_{s(x)} - \varepsilon_{c(x)} \right) dx \qquad (2)$$

Po uwzględnieniu różnicy odkształceń  $\Delta \varepsilon_{sm}$  zbrojenia i betonu zbrojonego, równanie (2) ma postać:

 $w_m \simeq s_m \cdot (\varepsilon_{sm} - \Delta \varepsilon_{sm})$  (3) Przyjmując zarysowanie za proces ustabilizowany, obliczeniową szerokość rys prostopadłych do osi elementu  $w_{\nu}$  można wyznaczyć ze wzoru:

$$\mathbf{W}_{k} = \beta \varepsilon_{sm} \mathbf{S}_{rm} \tag{4}$$

gdzie:

 $\varepsilon_{sm}$ – różnica odkształceń zbrojenia i betonu;  $s_m$ – odległość pomiędzy sąsiednimi rysami;  $\beta$ – współczynnik określający zależność między wartościami średnimi i charakterystycznymi szerokości rys (najczęściej  $\beta$  = 1,7).

Wartość średniego odkształcenia zbrojenia rozciąganego  $\varepsilon_{sm}$  elementów

Rys. 4. Schemat obciążenia przęseł

zarysowanych można wyznaczyć z równania:

$$\varepsilon_{sm} = \frac{\sigma_s^n}{E_s} \zeta \tag{5}$$

Współczynnik uwzględniający sztywność przy rozciąganiu  $\zeta$  określa się w zależności od momentu zginającego  $M_{\nu}$  i momentu rysującego  $M_{cr}$  z wzoru:

$$\zeta = 0, \qquad M_k < M_{cr}$$
$$\zeta = 1 - \beta_1 \beta_2 \left(\frac{M_{cr}}{M_k}\right)^2, \quad M_k > M_{cr} \qquad (6)$$

gdzie:

 $\beta_1 i \beta_2 -$  współczynniki w zależności od rodzaju zbrojenia ( $\beta_1 = 1,0$  dla prętów żebrowanych i  $\beta_1 = 0,5$  dla prętów gładkich) oraz charakteru obciążenia ( $\beta_2 = 1,0$  przy obciążeniu jednokrotnym krótkotrwałym i  $\beta_2 = 0,5$  przy obciążeniach długotrwałych i cyklicznych).

Średnią odległość między rysami  $s_m$  można obliczyć z równania podanego w normie [8]:

$$s_{rm} = k_3 c + k_1 k_2 k_4 \frac{\phi}{\rho_{p,eff}}$$
(7)

gdzie:

 $\phi$  – średnica zbrojenia (w przypadku prętów różnych średnic – średnica zastępcza);

c – grubość otulenia zbrojenia podłużnego;  $k_1$  – współczynnik zależny od przyczepności zbrojenia równy 0,8 dla prętów o dużej przyczepności (żebrowanych);

 $k_2$  – współczynnik zależny od rozkładu odkształceń, w przypadku zginania równy 0,5;

 $k_3$  – wartość zalecana 3,4;

 $k_4^{"}$  – wartość zalecana 0,425;

 $\rho_{\rm p,eff}$  – tzw. efektywny stopień zbrojenia.

#### Analiza obliczeniowa

Po przeanalizowaniu wyników badań obiektu M2 zdecydowano się rozpatrzyć w dalszej analizie obliczeniowej przekrój zlokalizowany nad podporą 90. Wartości ujemnych momentów zginających w dźwigarach głównych wyznaczono od obciążenia na przęśle 100 – 110 i 80 – 90 w postaci 14 ciężarówek (rysunek 4). Obliczenia statyczne ustroju nośnego wykonano, wykorzystując program Autodesk Robot Structural Analysis Professional. W tym celu utworzono model z elementów trójwymiarowych usytuowanych w przestrzeni trójwymiarowej (e<sup>3</sup>, p<sup>3</sup>),



który odwzorował geometrię konstrukcji. Zamodelowano analizowany wycinek obiektu: przęsła 80 - 90, 90 - 100 i 100 - 110. W celu wygenerowania przyłożonego obciążenia (sił skupionych od nacisku osi pojazdów ciężarowych) zastosowano nieważką płytę o nieskończenie małej sztywności z wygenerowaną siatką skończoną o geometrii płyty pomostowej. W obliczeniach uwzględniono efekt szerokiego pasa. Na podstawie przybliżonych odległości L, między zerowymi punktami momentu zginającego wyznaczono efektywną szerokość współpracującą półek b " wg wzoru [8]:

$$b_{eff} = b_0 + \Sigma b_{ei} \tag{8}$$

 b<sub>0</sub> – odległość między środkami skrajnych łączników na ścinanie;

gdzie:

 $b_{ei}^{-}$  – szerokość współpracująca półki z betonu, z każdej strony środnika, równa  $L_e/8$  (ale nie większa niż szerokość geometryczna  $b_i$ ).

W analizie przyjęto przekrój dźwigara pokazany na rysunku 5. Maksymalną wartość momentu rysującego  $M_{cr}$ wyznaczono z wzoru:

 $M_{cr} = f_{ctm} \cdot W_1$  (9) gdzie:

f<sub>ctm</sub> – średnia wytrzymałość betonu płyty na rozciąganie;

 $W_i$  – wskaźnik wytrzymałości przekroju na zginanie.



#### Rys. 5. Przyjęty przekrój obliczeniowy dźwigara nad podporą 90

Wskaźnik wytrzymałości przekroju na zginanie wyznaczono w II fazie pracy konstrukcji, czyli dla przekroju zespolonego:

$$W_{\rm I} = \frac{I_z \cdot n}{d_c} \tag{10}$$

gdzie:

*I<sub>z</sub>* – moment bezwładności przekroju zespolonego;

n – stosunek modułów sprężystości, odpowiednio stali i betonu  $n = E_s/E_{cm}$ ;

d – odległość od środka ciężkość i przekroju zespolonego do włókien górnych płyty. Następnie obliczono średnie odkształcenia zbrojenia rozciąganego z wzoru (5), przy czym naprężenia rozciągające  $\sigma_s$  ( $\sigma_s^{\parallel}$ ) z uwzględnieniem wpływu betonu na odcinku między rysami określono z zależności:

$$\sigma_s = \sigma_{s,0} + \Delta \sigma_s \tag{11}$$

$$\Delta \sigma_s = \frac{0.2 \cdot f_{ctm}}{\alpha_{st} \cdot \rho_s} \tag{12}$$

$$\alpha_{st} = \frac{A \cdot I}{A_a \cdot I_a} \tag{13}$$

gdzie:

gdzie:

 $\rho_s$  – stopień zbrojenia obliczony jako stosunek powierzchni zbrojenia  $A_s$  do efektywnego pola powierzchni półki betonowej wewnątrz strefy rozciąganej  $A_{ci}$ ;

A i I – odpowiednio powierzchnia i moment bezwładności efektywnego przekroju zespolonego z pominięciem betonu rozciąganego;  $A_a$  i  $I_a$  – odpowiednio powierzchnia i moment bezwładności przekroju stali konstrukcyjnej.

W celu wyznaczenia naprężeń w zbrojeniu rozciąganym  $\sigma_{s,0}$  z pominięciem wpływu betonu na odcinkach między rysami przyjęto parametry przekroju pokazanego na rysunku 6. W związku z tym, że w rozpatrywanym przekroju pręty zbrojeniowe mają różną średnicę, wyznaczono średnicę zastępczą  $\phi_{en}$ :

$$\phi_{\rm eq} = \frac{n_1 \phi_1^2 + n_2 \phi_2^2}{n_1 \phi_1 + n_2 \phi_2} \tag{14}$$

którą wykorzystano przy wyznaczaniu zastępczej szerokości zbrojenia  $b_{\rm eq}$ . Naprężenia w zbrojeniu rozciąganym określa wzór:

$$\sigma_{s,0} = \frac{M_{\text{max}}}{W_{\text{zs}}}$$
(15)

 $\overline{W}_{zs}$  – wskaźnik wytrzymałości przekroju zastępczego zbrojenia  $A_s$ .



Rys. 6. Przyjęty przekrój do wyznaczenia naprężeń w zbrojeniu rozciąganym z pominięciem współpracy betonu

Współczynnik uwzględniający sztywność przy rozciąganiu dobrano zgodnie z zależnościami podanymi we wzorze (6), a średnią odległość między rysami  $s_m$ z (7). Znając wartość średniego odkształcenia zbrojenia rozciąganego  $\varepsilon_{sm}$  oraz średnią odległość między rysami, wyznaczono szerokość rys  $w_{\nu}$  z wzoru (4).

Ostatnim elementem w analizie obliczeniowej było określenie wpływu współpracy betonu między rysami w przenoszeniu zginania działającego na przekrój zespolony. W tym celu moment M (wywołujący rozciąganie w płycie betonowej) można zastąpić przez siły  $N_{a}$  i  $M_{a}$  oraz  $N_{a}$  i  $M_{a}$  działające na wyodrębnione elementy, gdzie moment zginający M, w elemencie rozciąganym można pominąć ( $M_{\rm c} \approx 0$ ) przy określeniu  $N_{s}$ . Stąd moment  $M = M_{a} + N_{s}$ w przekroju poprzecznym podzielono na moment części stalowej M\_ i na siły normalne  $N_a = -N_b$  działające na ramieniu a (rysunek 7).



Rys. 7. Siły wewnętrzne przenoszące całkowity moment zginający *M* 

Z warunku równowagi dla punktu przyłożenia siły w dźwigarze stalowym otrzymano zależność do wyznaczenia rzeczywistej nośności przekroju:

 $M = M_a + N_s \cdot a$  (16) gdzie:

a – ramię wypadkowej naprężeń.

Siłę N<sub>s</sub> wyznaczono z uwzględnieniem wpływu betonu na odcinkach między rysami z wzoru:

$$N_s = \sigma_s \cdot A_s \tag{17}$$

oraz z jego pominięciem z wzoru:  $N_s = \sigma_{s,0} \cdot A_s$  (18)

Na rysunku 8 przedstawiono wyniki naprężeń rozpatrywanego przekroju.

Wartość momentu, jaki przenosi przekrój zespolony po zarysowaniu z uwzględnieniem współpracy betonu na odcinkach między rysami, jest o ~ 4% większa od wartości momentu wyznaczonego bez jej uwzględnienia. Uwzględnienie wpływu betonu przeprowadzono metodą uproszczoną zaproponowaną w [4, 6, 8]. Można więc założyć, że przy metodzie bardziej dokładnej różnica wyników byłaby znacznie większa.



Rys. 8. Rzeczywiste wartości momentów zginających w rozpatrywanym przekroju po zarysowaniu

## Wnioski i podsumowanie

 Uwzględnienie sztywności betonu na odcinkach między rysami jest nowoczesnym, bliskim rzeczywistości podejściem do oceny nośności i użytkowalności konstrukcji i daje wymierne efekty ekonomiczne.

 Rzeczywista nośność przekrojów zespolonych jest większa od obliczonej zgodnie z obecną praktyką inżynierską, tj. bez uwzględnienia sztywności betonu rozciąganego. W efekcie zwiększa to niepotrzebnie zużycie stali konstrukcyjnej i zbrojeniowej.

Analizując zginany przekrój zespolony, można dokonać rozdziału obciążenia na część betonową i stalową i w efekcie traktować element betonowy jako pręt obciążony siłą normalną i momentem zginającym. Zanim obciążenie osiągnie wartość powodującą zarysowanie betonu, przejmowane jest przez beton i stal. Po zarysowaniu główną część obciążenia przejmuje zbrojenie, ale na skutek współpracy stali zbrojeniowej z betonem siła normalna przenoszona przez rozciąganą płytę betonową jest większa od przenoszonej przez samo zbrojenie. Obserwowany efekt współpracy zbrojenia i betonu rozciąganego jest określany jako efekt tzw. usztywnienia przy rozciąganiu. W fazie przed zarysowaniem wartość siły przenoszonej przez beton rośnie w tej samej proporcji co wartość obciążenia przejmowanego przez zbrojenie płyty. Po zarysowaniu następuje stopniowe zmniejszenie się udziału betonu w przenoszeniu siły normalnej obciążającej płytę, by

po ustabilizowaniu się zarysowania osiągnąć prawie niezmienny poziom (rysunek 9). Jest to stan zbliżony do rozciąganego pręta zbrojonego. W efekcie zauważalny jest zmienny przyrost krzywizny belki na odcinku z płytą rozciąganą. Zakładając stałą wartość modułu sprężystości betonu i niepodatne zespolenie w zakresie pracy sprężystej, można wyróżnić trzy przedziały zmian krzywizny:

• "1" – moment zginający mniejszy od momentu rysującego (*M*<sub>cr</sub>);

• "2" – moment zginający większy od momentu rysującego ( $M_{cl}$ ), a mniejszy od momentu wywołującego ustabilizowany układ rys ( $M_{CE}$ );

• "3" – moment zginający większy od momentu wywołującego ustabilizowany układ rys ( $M_{CE}$ ).



kolejnych rys

Rys. 9. Zależność pomiędzy momentem zginającym M obciążającym przekrój zespolony a siłą normalną N działającą na przekrój betonowy:  $N_{\rm sil}$  – siła normalna z pominięciem współpracy betonu;  $M_{\rm cr}$  – moment zginający powodujący zarysowanie części betonowej;  $M_{\rm cr}$  – moment zginający odpowiadający ustabilizowanemu rozkładowi rys;  $\Delta N_{\rm s}$  – część siły normalnej przenoszonej przez beton współpracujący z rozciąganym zbrojeniem

Jeżeli w przedziałach "1" i "3" przyrost krzywizny jest w przybliżeniu liniowo wprost proporcjonalny do przyrostu momentu zginającego, wówczas w przedziale "2" następuje niestabilny przyrost krzywizny, o obwiedni odpowiadającej średniej zmianie krzywizny, będącej również funkcją liniową.

Skokowy przyrost krzywizny w przekroju z rysą (skokowe zmniejszenie sztywności) następuje w wyniku powstania kolejnej rysy. Przy dalszym wzroście obciążenia następuje etap stabilizacji, aż do obciążenia wywołującego powstanie kolejnej rysy [4]. Gdy rozstaw rys odpowiada wartości minimalnej w rozciąganym pręcie, następuje koniec tej fazy [5, 6]. Uwzględniając charakter rozkładu sił w zginanym stalowo-betonowym przekroju zespolonym (rysunek 10) oraz badania prowadzone przez różnych autorów, można traktować beton rozciąganej płyty zespolonej jak rozciągany pręt żelbetowy.



Rys. 10. Rozkład odkształceń w przekroju zespolonym i w zbrojonej płycie, przy obciążeniu momentem zginającym powodującym rozciąganie przekroju betonowego

Autorzy dziękują Laboratorium TM-6 Instytutu Badawczego Dróg i Mostów, za udostępnienie wyników badań Mostu Północnego pod próbnym obciążeniem.

#### Literatura

[1] Flaga K. (2004): Naprężenia skurczowe i zbrojenie przypowierzchniowe w konstrukcjach betonowych. Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej, Kraków.

[2] Kiernożycki W. (2003): Betonowe konstrukcje masywne. Teoria, wymiarowanie, realizacja. Polski Cement, Kraków.

[3] Łagoda M. (2003): Zagadnienia próbnych obciążeń w diagnostyce mostów. II Sympozjum "Badania i Diagnostyka Mostów", Opole, str. 249 – 256.

[4] Łagoda G., Łagoda M., Projektowanie mostów zespolonych w świetle PN-EN 1994-2. Materiały Budowlane nr 4/2010 (nr 452), s. 45 – 49.

[5] Łagoda G., Radomski W., Łagoda M., Bridge Maintenance, Safety, Management and Life-Cycle Optimization. Taylor & Francis Group, A BALKEMA BOOK London: Effects of Tension Stiffening in Composite Bridges in the Light of Eurocodes, 2010, s. 2853 – 2858.

[6] Łagoda M., Śledziewski K., Wpływ zarysowania betonu na właściwości belki zespolonej ciągłej typu stal – beton. Przegląd Spawalnictwa, nr 3/2011, str. 31 – 35.

[7] Madaj A., Doraźna nośność i sztywność na zginanie zespolonych belek stalowo-betonowych. Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań 2005.

[8] PN-EN 1994-2 Eurokod 4: Projektowanie konstrukcji zespolonych stalowo-betonowych. Część 2: Reguły ogólne i reguły dla mostów.