

dr inż. Jacek Ścigallo*

Praktyczne algorytmy do projektowania żelbetowych przekrojów mimośrodowo ściskanych na podstawie wymagań Eurokodu 2

Practical algorithms to design of RC sections under bending moment and axial compression force according to Eurocode 2

Streszczenie. W artykule przedstawiono zwięzły i zamknięty algorytm obliczeniowy do analitycznego wyznaczania zbrojenia żelbetowych przekrojów prostokątnych podwójnie zbrojonych, obciążonych parą sił M, N wg wymagań zawartych w normie Eurokod 2. Algorytm pozwala na proste zwymiarowanie przekroju żelbetowego z jednoczesną możliwością kontroli wyników i analizą występującego przypadku obliczeniowego.

Słowa kluczowe: projektowanie, przekroje żelbetowe, algorytmy, Eurokod 2, SGN.

Abstract. Algorithm for design of rectangular RC cross sections in Eurocode 2 was presented in the paper. In this work was posted a simple computational model that can be used in a traditional design of RC structure. The presented algorithm also can help the designers to create their own computational procedures using simple, available spreadsheets.

Keywords: design, RC cross sections, algorithms, Eurocode 2, ULS.

Na rynku dostępnych jest coraz więcej profesjonalnych programów komputerowych do projektowania konstrukcji żelbetowych na podstawie zaleceń Eurokodu 2 (EC2). Projektując przekroje, elementy czy całe konstrukcje z wykorzystaniem wspomaganie komputerowego, projektant często bezkrytycznie przyjmuje otrzymane wyniki, traktując program jako nieomyłne narzędzie. Pomimo wielu publikacji dotyczących projektowania przekrojów żelbetowych wg EC2 wydaje się, że nadal brakuje opracowania z pełnym zestawieniem stosunkowo prostych analitycznych wzorów, obejmujących wszystkie możliwe przypadki projektowe. W artykule przedstawiono zwięzły i zamknięty algorytm obliczeniowy do analitycznego wyznaczania zbrojenia żelbetowych przekrojów prostokątnych podwójnie zbrojonych, obciążonych parą sił M, N . Pozwala on na proste zwymiarowanie przekroju żelbetowego z jednoczesną możliwością kontroli wyników i analizą występującego przypadku obliczeniowego.

Założenia obliczeniowe

Założenia do obliczania żelbetowych przekrojów obciążonych momentem zginającym i siłą podłużną podano w dość zwartej postaci w punkcie 6.1 normy [1]. Dodatkowo zamieszczono rysunek z możliwymi rozkładami odkształceń przekroju w granicznym stanie nośności. Poza tymi założeniami, w przeciwieństwie do starej normy [2], nie

* Politechnika Poznańska, Wydział Budownictwa i Inżynierii Środowiska

podano żadnych szczegółowych zależności, które mogłyby pomóc projektantowi w analitycznym zaprojektowaniu czy ocenie stopnia wyężenia przekroju żelbetowego. Obszerny komentarz do zwartych założeń Eurokodu 2 można znaleźć w pracy [3].

Przy wyprowadzaniu analitycznych wzorów obliczeniowych zawartych w algorytmie przedstawionym w artykule przyjęto następujące założenia:

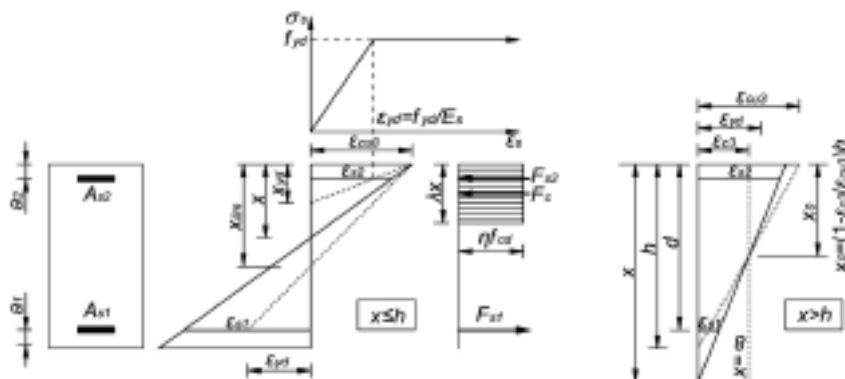
- zasadę płaskich przekrojów;
- zasadę nierozdzielności odkształceń betonu i stali przy ściskaniu i rozciąganiu;
- pominięcie wytrzymałości betonu na rozciąganie;
- zależność $\sigma_c - \varepsilon_c$ dla strefy ściskanej betonu: wykres prostokątny z ograniczeniem wysokości strefy ściskanej do wartości λx ;
- bilinearną zależność $\sigma_s - \varepsilon_s$ bez wzmocnienia dla stali rozciąganej i ściskanej.

Kryteria nośności przekroju

Na rysunku 1 przedstawiono możliwe rozkłady odkształceń przekroju, które mogą powstać w granicznym stanie nośności. Przekroczenie tych liniowych rozkładów wiąże się z przekroczeniem stanów granicznych nośności (SGN) przekroju. Każdy stan odkształceń przekroju można powiązać przez zależność naprężenie – odkształcenie ze stanem naprężeń odpowiednio w stali i betonie. Zagadnienie kryteriów nośności żelbetowych przekrojów szeroko opisano w pracach [4, 5].

Warunki równowagi sił w przekroju

Rysunek 2 przedstawia schemat obliczeniowy żelbetowego przekroju podwójnie zbrojonego, mimośrodowo ściskanego. Układ sprzężonych sił (moment zginający M_{Ed}



Rys. 1. Rozkłady odkształceń w SGN w odniesieniu do modeli materiałowych betonu i stali

i siła podłużna N_{Ed}) zastąpiono statycznie równoważną siłą N_{Ed} działającą na mimośrodku e , gdzie $e = M_{Ed}/N_{Ed}$. Wartość momentu M_{Ed} zawiera wyniki analizy konstrukcji z uwzględnieniem imperfekcji i wpływów efektów drugiego rzędu.

Przyjęta zasada znakowania:

- siła osiowa: (+) dla ściskania;
- naprężenia σ_{s1} w zbrojeniu A_{s1} : (+) dla rozciągania, (-) dla ściskania;
- mimośrodek e_{s2} : (+) dla $e > h/2 - a_2$, (-) dla $e < h/2 - a_2$.

Przy wyznaczaniu przydatnych do projektowania analitycznych wzorów obliczeniowych wykorzystano następujące warunki równowagi przekroju.

$$N_{Rd} + \sigma_{s1} \cdot A_{s1} - \eta \cdot f_{cd} \cdot b \cdot \lambda x - \sigma_{s2} \cdot A_{s2} = 0 \quad (1)$$

$$N_{Rd} \cdot e_{s1} - \eta \cdot f_{cd} \cdot b \cdot \lambda x \cdot (d - 0,5 \cdot \lambda x) - \sigma_{s2} \cdot A_{s2} \cdot (d - a_2) = 0 \quad (2)$$

$$N_{Rd} \cdot e_{s2} + \eta \cdot f_{cd} \cdot b \cdot \lambda x \cdot (0,5 \cdot \lambda x - a_2) - \sigma_{s1} \cdot A_{s1} \cdot (d - a_2) = 0 \quad (3)$$

Naprężenia w zbrojeniu ściskanym σ_{s2} oraz rozciągany lub mniej ściskanym σ_{s1} wyznacza się z prostych zależności:

$$\sigma_{s1} = \epsilon_{s1} \cdot E_s \leq f_{yd} \quad \sigma_{s2} = \epsilon_{s2} \cdot E_s \leq f_{yd} \quad (4)$$

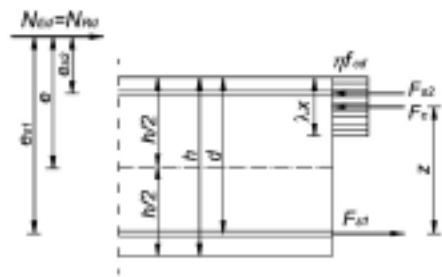
Odształcenia zbrojenia ściskanego ϵ_{s2} oraz rozciąganego lub mniej ściskanego ϵ_{s1} można wyznaczyć z warunków geometrycznych, korzystając z obowiązującego założenia zasady płaskich przekrojów. Analizując stan odształceń (rysunek 1), rozpatruje się 2 przypadki w zależności od położenia osi obojętnej przekroju x : przypadek dla $x \leq h$ oraz dla $x > h$. Odpowiednie wzory na wartości odształceń betonu ϵ_c oraz stali ϵ_{s1} i ϵ_{s2} w funkcji położenia x podano w tabeli.

Zestawienie odształceń dla betonu i stali w funkcji położenia x

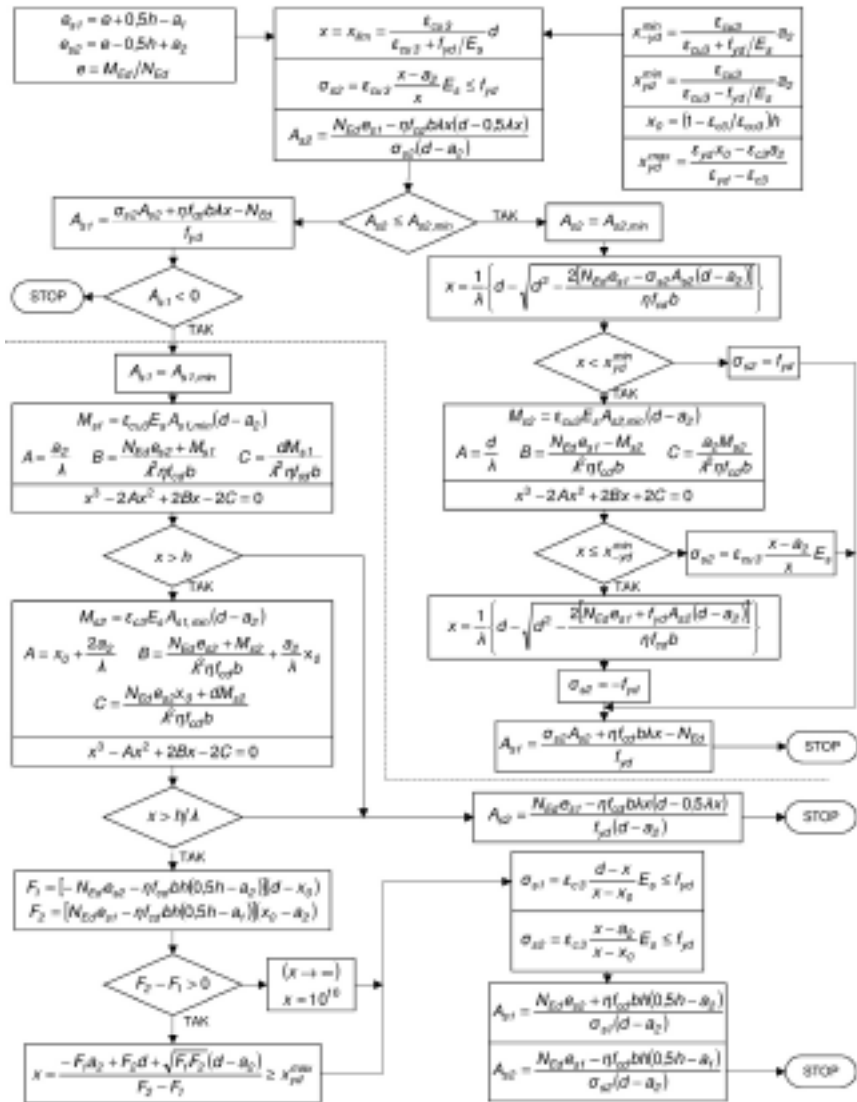
$x \leq h$	$x > h$
$\epsilon_c(x) = \epsilon_{cu3}$	$\epsilon_c(x) = \epsilon_{c3} \frac{x}{x - x_0}$
$\epsilon_{s1}(x) = \epsilon_{cu3} \frac{d-x}{x}$	$\epsilon_{s1}(x) = \epsilon_{c3} \frac{d-x}{x - x_0}$
$\epsilon_{s2}(x) = \epsilon_{cu3} \frac{x-a_2}{x}$	$\epsilon_{s2}(x) = \epsilon_{c3} \frac{x-a_2}{x - x_0}$

Algorytm obliczania zbrojenia

Korzystając z warunków równowagi (1-3), wyprowadzono stosunkowo proste, ściśle analityczne wzory obliczeniowe do projektowania



Rys. 2. Schemat obliczeniowy mimośrodkowo ściskanego przekroju żelbetowego



Rys. 3. Algorytm projektowania zbrojenia żelbetowego przekroju prostokątnego mimośrodkowo ściskanego

mimośrodkowo ściskanym żelbetowych przekrojów prostokątnych podwójnie zbrojonych. Wszystkie wzory analityczne zawarte w algorytmie projektowania (rysunek 3) są podane w zwartej, zamkniętej postaci i pozwalają na zaprojektowanie zbrojenia we wszystkich możliwych przypadkach obliczeniowych. Konieczność rozwiązywania równań wielomianu 3-go stopnia nie powinna stanowić dla projektanta większego problemu, zwłaszcza przy

każdorazowej znajomości zakresu poszukiwania pierwiastka. Posługując się wzorami z algorytmu, należy pamiętać o odpowiednim znaku mimośrodku e_{s2} (minus w przypadku, gdy wypadkowa siła znajduje się pomiędzy środkami ciężkości zbrojenia przekroju).

Literatura

[1] PN-EN 1992-1-1:2008 Eurokod 2. Projektowanie konstrukcji z betonu. Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków.
 [2] PN-B-03264 Konstrukcje betonowe, żelbetowe i sprężone. Obliczenia statyczne i projektowanie.
 [3] Sekcja Konstrukcji Betonowych KILiW PAN. Podstawy projektowania konstrukcji żelbetowych i sprężonych według Eurokodu 2. Dolnośląskie Wydawnictwo Edukacyjne, Wrocław 2006.
 [4] Wandzik G.: Projektowanie przekrojów żelbetowych obciążonych momentem zginającym i siłą podłużną zgodnie z wymaganiami Eurokodu 2. Materiały Budowlane 12/2012.
 [5] Knauff M.: Obliczanie konstrukcji żelbetowych według Eurokodu 2. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2012.