

dr inż. Michał Musiał¹⁾
ORCID: 0000-0001-6628-9749

Analiza głowicy słupa żelbetowego metodą S-T w celu ustalenia przyczyn zarysowania

The analysis of the reinforced column head with S-T method in order to identify the cracking reasons

DOI: 10.15199/33.2024.03.05

Streszczenie. W artykule opisano przypadek zarysowania głowicy prefabrykowanego słupa żelbetowego. Głowica stanowi podparcie kratownicy stalowej stropodachu hali produkcyjnej z jednej strony i belki żelbetowej stropodachu z drugiej. Kratownica stalowa opiera się na wykształconej półce, natomiast belka żelbetowa na prostokątnym wsporniku. Ze względu na zarysowanie głowicy (o szerokości przekraczającej 0,5 mm) przeprowadzono analizę jego przyczyn. Stwierdzono, że błędnie obliczono i ukształtowano zbrojenie. Na podstawie metody S-T zaproponowano poprawny sposób zbrojenia elementu.

Słowa kluczowe: metoda S-T; słup; wspornik; zbrojenie, żelbet.

Abstract. In the paper the case of cracking of the precast reinforced concrete column's head was described. The head is the support for a roof steel truss of a production hall on the first side and a roof reinforced concrete beam on the second side. The steel truss is supported on the detailed shelf whereas the beams is supported on the rectangular corbel. Because of the head's cracking (the width of more than 0,5 mm) the reasons' analysis was carried out. It was stated that the reinforcement was calculated and detailed wrongly. On the basis of S-T method the correct way of the element's reinforcing was proposed.

Keywords: S-T method; column; corbel; reinforcement; reinforced concrete.

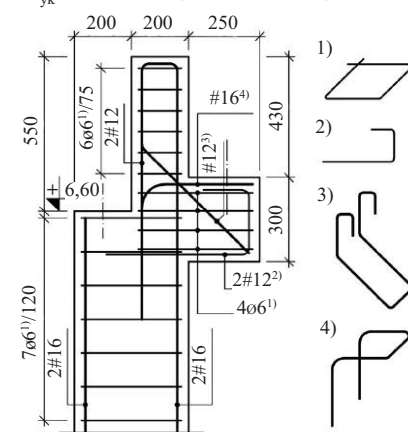
Krótkie wsporniki słupów żelbetowych są niewrażliwymi elementami konstrukcji. Ich awaria może pociągać za sobą znaczne konsekwencje. Badacze od wielu lat poświęcają sporo uwagi tym elementom m.in. w [1]. Prowadzone badania doświadczalne i analizy numeryczne mają na celu umożliwienie bezpiecznego i ekonomicznego kształtowania, wymiarowania i zbrojenia wsporników. Podejście obliczeniowe do projektowania wsporników w Polsce ewoluowało na przestrzeni lat, co znajduje odzwierciedlenie w przedmiotowych normach. W analizowanym przypadku zbrojenie wspornika różni się od tego stosowanego obecnie, m.in. za sprawą zbrojenia ukośnego, które nie jest wymagane aktualnymi wytycznymi. Obszarem słupa żelbetowego, który także wymaga szczególnego podejścia na etapie projektowania, jest skokowa zmiana wysokości przekroju poprzecznego, będąca jednocześnie miejscem podparcia innego elementu konstrukcyjnego. W dalszej części artykułu opisano problem powstały w następstwie niewłaściwego skonstruowania zbrojenia

głowicy słupa ze skokową zmianą wysokości przekroju poprzecznego z jednej strony i wspornikiem prostokątnym z drugiej.

Opis problemu

Głowica będąca przedmiotem artykułu jest wykształcona w prefabrykowanym słupie żelbetowym. Jest to słup wewnętrzny (międzyławowy) i z jednej strony podpira stropodach hali produkcyjnej (poz. +6,60), natomiast z drugiej kondygnację pośrednią (+3,09) i stropodach części biurowej (poz. +6,72). Stropodach hali produkcyjnej ma konstrukcję lekką (płyty warstwowe na kratownicach stalowych). Obciążenia przekazywane są z kratownicy stalowej na półkę słupa (podcięcie) w miejscu skokowej zmiany sztywności. Żelbetowy, płytowo-żebrowy strop pośredni i stropodach części biurowej mają konstrukcję częściowo prefabrykowaną. Płyty Filigran ułożone są wzdłuż hali i oparte na ryglach stanowiących poprzeczny układ nośny. Rygiel oparty jest na wsporniku głowicy słupa. Podobnie jak płyty Filigran, rygiel uzupełniony jest nadbetonem układanym na budowie. Siły przekazywane z kratownicy stalowej i rygla żelbetowego wynoszą odpowiednio 154 i 126 kN.

Słup zaprojektowano wg Polskiej Normy z 1999 r. do projektowania konstrukcji betonowych [2], aktualnej w czasie realizacji inwestycji. Na rysunku 1 pokazano sposób ukształtowania geometrii i zbrojenia głowicy słupa. Szerokość przekroju słupa jest stała i wynosi 400 mm. Zastosowano beton C20/25, stal gładką St3SX o charakterystycznej granicy plastyczności $f_{yk} = 240$ MPa (oznaczenie – Ø) i stal żebrowaną 18G2-b o $f_{yk} = 355$ MPa (oznaczenie – #).



Cyfry w indeksie górnym oznaczają kształt pręta odpowiednio 1); 2); 3); 4)

Rys. 1. Geometria i zbrojenie głowicy słupa: 1) strzemień dwucięte; 2) zbrojenie konturowe; 3) i 4) pętla składająca się z dwóch gałęzi prętów
Fig. 1. The geometry and reinforcement of the column's head: 1) two-legged stirrup; 2) contour reinforcement; 3) and 4) loop consisting of two rebars

¹⁾ Politechnika Wroclawska, Wydział Budownictwa Lądowego i Wodnego; michal.musial@pwr.edu.pl

Już „makroskopowa” analiza kształtu prętów zbrojenia pozwala postawić tezę, że nie zostały one ukształtowane w sposób prawidłowy. Stwierdzono:

- zbyt rzadki rozstaw zbrojenia poziomego pod podcięciem (równy rozstawowi strzemion słupa);
- brak pręta ukośnego przy narożu półki, gdzie należy spodziewać się naprężeń ukośnych [3];
- wątpliwe podwieszenie wspornika pętlą ukośną #12 do górnej części słupa o małej sztywności (o wymiarach przekroju $h \times b = 200 \times 400$ mm).

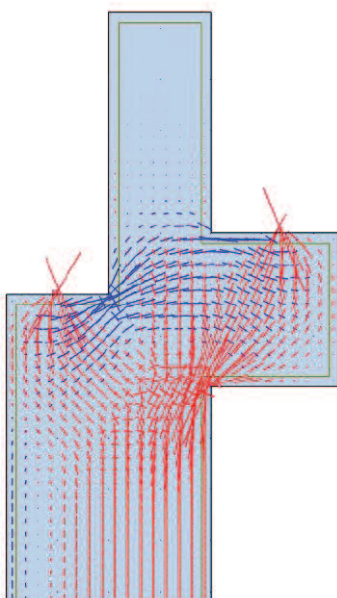
Błędy te przyczyniły się do zarysowania głowicy słupa przy narożu półki (maksymalna szerokość rysy ok. 0,5 mm), co pokazano na fotografii. Nie bez znaczenia jest fakt, że strzemiona wykonano ze stali gładkiej (zgodnie z ówczesnymi trendami). Pręty takie mają zdecydowanie gorsze możliwości mostkowania rys.



Zarysowanie lewej strony głowicy słupa
The cracking on the left side of the column's head

Analizy obliczeniowe

W celu dokładnego wyjaśnienia przyczyn zarysowania głowicy słupa wykonano pogłębione analizy. Pomimo tego, że głowica słupa pracuje w stanie zarysowanym, w pierwszej kolejności przeprowadzono obliczenia metodą elementów skończonych, jak w przypadku materiału liniowo-sprężystego w płaskim stanie naprężenia. Analiza ta dostarcza wielu cennych informacji o dystrybucji naprężeń i może zostać uznana za punkt wyjścia do dalszych rozważań. Na rysunku 2 zaprezentowano krzyże kierunków głównych naprężeń ściskających i rozciągających [4]. Wyraźnie widoczne są naprężenia rozciągające, które działają w kierunku poziomym w obszarze skokowej zmiany sztywności



Rys. 2. Krzyże kierunków głównych naprężeń
Fig. 2. The crosses of the principal stresses directions

(strona lewa) i wspornika (strona prawa). Ponadto, zaznacza się ukośny strumień rozciągających przy narożniku podcięcia po stronie lewej. Nie wystąpiły natomiast naprężenia rozciągające na kierunku zastosowanej ukośnej pętli. Można zatem stwierdzić, że zdecydowanie korzystniej byłoby zastosować to zbrojenie niżej, po drugiej stronie. Strumienie naprężeń ściskających „spływają” ukośnie od punktów przyłożenia sił do trzonu słupa.

W analizowanym słupie należy myślowo wyodrębnić obszary typu B i D. Obszary B to te, w których zastosowanie teorii *Eulera-Bernoulliego* daje wyniki zadowalające z inżynierskiego punktu widzenia. W obszarach, gdzie mamy do czynienia z wszelkimi nieciągłościami (z ang. *discontinuities*), zarówno w odniesieniu do obciążeń (np. siły skupione), jak i do geometrii (np. skokowa zmiana sztywności, wspornik) należy zastosować podejście szczególne. Za obszar typu D uznać można głowicę analizowanego słupa. Przyjmuje się, że obszar D sięga na odległość równą wysokości przekroju poprzecznego słupa od miejsca nieciągłości.

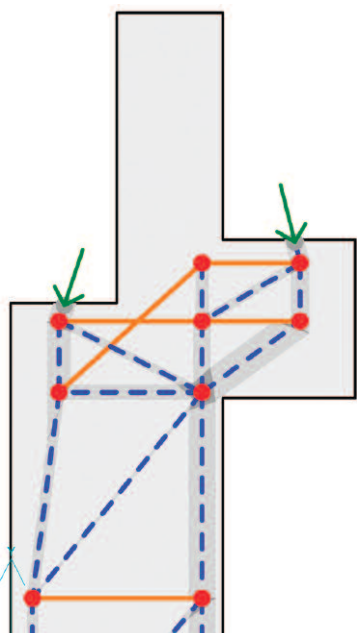
Do dalszych obliczeń, w fazie po zarysowaniu, w przypadku obszaru D wykorzystano metodę S-T (ang. *strut-and-tie*), która polega na myślowym wpisaniu kratownicy, składającej się z prętów

ściskanych typu S (reprezentujących beton) i rozciąganych typu T (reprezentujących zbrojenie) w rozpatrywanym elemencie. Podstawowy typ pręta ściskanego (S) to pręt o krawędziach prostych i równoległych. Metoda umożliwia także wprowadzenie do modelu prętów prostych, ale o krawędziach nierównoległych w kształcie butli [5]. Termin ten pochodzi z literatury angielskiej (*bottle-shaped strut*). Pręty typu T to zbrojenie i otulający je beton, który nie ma jednak wpływu na nośność, a jedynie na odkształcenia pręta (w konsekwencji także na zarysowanie). Pręty schodzą się w węzłach, których typ należy uprzednio zadeklarować. Metoda S-T rozróżnia następujące podstawowe typy węzłów: **CCC** – węzeł, w którym nie jest zakotwiony żaden pręt rozciągany; **CCT** – węzeł, w którym łączą się pręty ściskane i jeden pręt rozciągany (ewentualnie dwa pręty rozciągane współliniowo); **CTT** – węzeł, w którym łączą się dwa pręty rozciągane i jeden pręt ściskany. W zależności od typu węzła obliczana jest wytrzymałość betonu. W tak zbudowanym modelu kratownicy analizie podlegają pręty S, T oraz węzły. Metoda S-T umożliwia nie tylko obliczenia obszarów D, ale także całych elementów. Najpowszechniejsze wykorzystanie metody S-T w tym zakresie obserwuje się w przypadku tarcz (także z otworami). Dokładny opis metody wraz z komentarzami znajduje się m.in. w [3, 5, 6]. Przykładowe zastosowanie do wymiarowania węzłów żelbetowych ram monolitycznych zaprezentowano natomiast w [7].

Projektowanie metodą S-T ma charakter iteracyjny. Wygodnie jest zatem skorzystać z programów komputerowych. Analizy przeprowadzono z wykorzystaniem bezpłatnego programu CAST [8]. Program ten umożliwia samodzielne wprowadzenie praktycznych wszystkich parametrów do obliczeń. Zapewnia to balans między operacjami wykonywanymi automatycznie, a kontrolowanymi przez użytkownika. W konsekwencji użytkownik może ingerować w tok obliczeń i przeprowadzić je na podstawie dowolnych założeń, np. wg [9] lub [10]. Jest to o tyle istotne, że podejście obliczeniowe mogą się różnić. Jako przykład można przywołać

klasyfikację prętów typu S na podstawie norm: europejskiej [9] i amerykańskiej [10]. Na podstawie normy europejskiej [9] wyróżnia się pręty S, które nie są poprzecznie rozciągane bądź takie, które są rozciągane, a na podstawie normy amerykańskiej [10] pręty typu S: brzegowe i wewnętrzne, w zależności od lokalizacji pręta względem obrysu elementu. Dodatkowo, uwzględnione zostały też inne cechy prętów S, np. czy pręt dochodzi do podpory modelu, czy jest przytrzymany zbrojeniem poprzecznym. Na podstawie klasyfikacji pręta określone są jego warunki pracy, a w dalszej kolejności wytrzymałość na ściskanie.

Na podstawie rysunku 2 zaproponowano model obliczeniowy pokazany na rysunku 3. Ze względu na niewielkie jawne obciążenia poziome przyjęto ich wartość jako 20% obciążeń pionowych. Pręty ściskane oznaczono linią przerywaną, natomiast pręty rozciągane linią ciągłą. Pręty rozciągane myślowej kratownicy reprezentują zbrojenie główne wspornika, diagonalną pętlę i strzemiona poziome. Analizę metodą S-T przeprowadzono zgodnie z [10]. Ze względu na ograniczenie szerokości rys do 0,3 mm przyjęto za [2] granicę plastyczności stali zbrojeniowej odpowiednią do założonych średnic (tabela 1). Na rysunku 4 pokazano wytyżenie poszczególnych prętów.

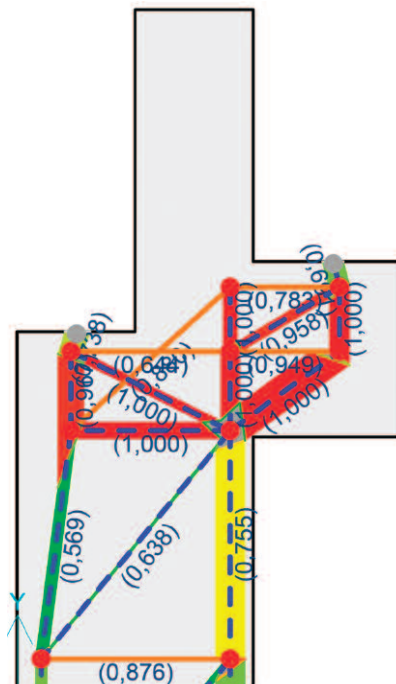


Rys. 3. Model metody S-T
Fig. 3. The S-T method model

Tabela 1. Właściwości zbrojenia głowicy słupa

Table 1. The properties of the column's head reinforcement

Typ zbrojenia	Gatunek	Średnica prętów [mm]	Granica plastyczności wg [2]
Główne wspornika	18G2-b	#14	310
Zbrojenie ukośne	18G2-b	#16	285
Poziome (strzemiona)	St3SX	ø12	210



Rys. 4. Wytyżenie prętów w modelu metody S-T

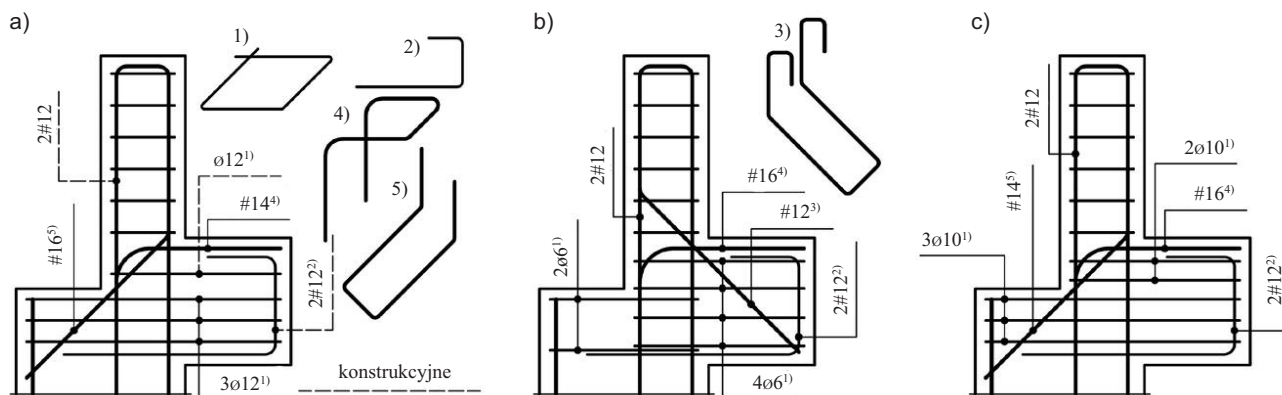
Fig. 4. The effort in the S-T model

Na podstawie analizy S-T zaproponowano sposób zbrojenia rozpatrywanej głowicy (rysunek 5a). Przerywanymi liniami odniesienia oznaczono zbrojenie, które nie wynika z obliczeń statyczno-wytrzymałościowych, ale z warunków konstrukcyjnych. W celu uwypuklenia różnic przywołano ponownie zbrojenie zaproponowane w projekcie (rysunek 5b). Istotną różnicą, na co już zwrócono uwagę, jest brak zbrojenia ukośnego przy narożu podcięcia z lewej strony. We własnej propozycji zrezygnowano natomiast z pręta ukośnego wspornika ze strony prawej. Ponadto, strzemiona w zaproponowanym sposobie zbrojenia wiążą lewą część słupa ze wspornikiem. W projekcie nie ma takiego zbrojenia. Należy zdawać sobie sprawę, że w czasie realizacji przedmiotowego projektu

(ok. 2000 r.) nie było jeszcze powszechnie dostępnych zagranicznych artykułów, norm i programów komputerowych. Co więcej, dużą rolę w budownictwie odgrywa presja czasu i często projektanci nie są w stanie poznać nowych metod projektowania, a taką w ówczesnych latach była z pewnością metoda S-T. Można było zatem zaprojektować lewą stronę głowicy jako obszar o skokowej zmianie sztywności (tok obliczeń pokazany w [3]), a prawą jako wspornik wg [2]. Zgodnie z tymi założeniami zaprojektowano zbrojenie pokazane na rysunku 5c. Zrezygnowano jednak z pręta ukośnego wspornika, który za sprawą niewielkiej sztywności części słupa powyżej wspornika nie spełnia swojej roli. Z całą pewnością można stwierdzić, że zbrojenie to jest podobne do uzyskanego metodą S-T. Wszystkie trzy propozycje zbrojenia zestawiono w tabeli 2.

Zbrojenie główne wspornika we wszystkich trzech przypadkach można uznać za porównywalne. Większą wartość, niż w przypadku modelu S-T całej głowicy, uzyskano wg [2], czyli także wg projektu. Należy jednak zaznaczyć, że wartość ta została uzyskana po zastosowaniu warunku na minimalny stopień zbrojenia (0,4%). Zbrojenie wynikające z zależności wytrzymałościowej wg [2] wyniosło 3,01 cm², co jest bardzo bliskie wartości uzyskanej w przypadku modelu prętowego S-T całej głowicy. W projekcie nie uwzględniono naprężeń ukośnych przy narożu i nie ukształtowano tam zbrojenia. Zbrojenie takie obliczone dwoma metodami – S-T oraz prezentowaną w [3] jest porównywalne. Zbrojenie poziome (strzemiona) zostało wykonane w słupie wadliwie ze względu na zbyt duży rozstaw strzemion pod podcięciem i nieciągłość (odseparowanie od siebie strzemion pod podcięciem i wspornikiem).

W dwóch moich propozycjach znalazło się podobne sumaryczne zbrojenie w postaci strzemienia. Należy jednak zauważyć, że w przypadku metody S-T zbrojenie poziome poniżej podcięcia jest wyraźnie większe, a powyżej podcięcia przewidziano jedynie strzemienie konstrukcyjne. Wynika to z faktu, że rozciąganie poziome przypisane jest tam do pręta kratownicy reprezentującego zbrojenie główne wspornika.



Cyfrы w indeksie górnym oznaczają kształt pręta odpowiednio 1); 2); 3); 4); 5)

Rys. 5. Zbrojenie głowicy słupa wg: a) metody S-T; b) projektu; c) [2] i [3]

Fig. 5. The reinforcement of the column's head acc. to: a) S-T method; b) the design; c) [2] and [3]

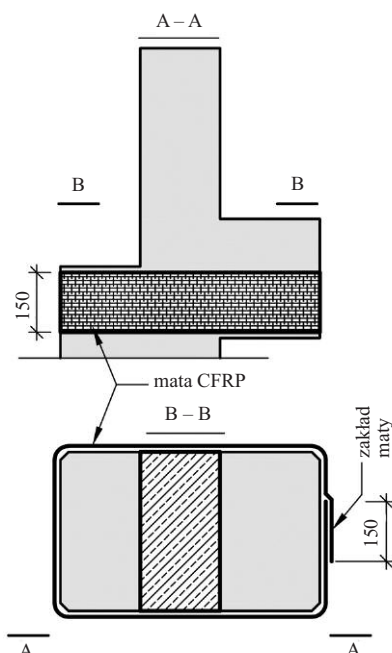
Tabela 2. Zestawienie zastosowanych pól przekroju zbrojenia w rozpatrzonych przypadkach [cm²]

Tab. 2. The list of the provided reinforcement areas for the considered cases [cm²]

Typ zbrojenia	Wg metody S-T	Wg projektu	Wg [2] i [3]
Główne wspomnika	3,08	4,02	4,02
Zbrojenie ukośne	4,02	–	3,08
Poziome (strzemiona) powyżej podcięcia	2,26	1,12	3,14
Poziome (strzemiona) poniżej podcięcia	6,78	1,12	4,71

Podsumowanie

Zaistniała sytuacja spowodowała konieczność zastosowania wzmocnienia. Ze względu na ograniczony dostęp do głowicy słupa i ciągłe prowadzenie w hali „czystego” procesu produkcyjnego należało odrzucić tradycyjne metody wzmocnienia. Pomimo tego, że są one powszechne, sprawdzone, chętnie stosowane przez wykonawców oraz poparte bogatym materiałem badawczym i teoretycznym, m.in. [11, 12]. Zdecydowano się na zastosowanie maty węglowej ztopionej w żywicy epoksydowej, którą opasano głowicę słupa (rysunek 6). Użyto maty jednokierunkowej na osnowie poliestrowej o gramaturze włókien węglowych 400 g/m², wytrzymałości na rozciąganie 5100 MPa i module sprężystości podłużnej 265 GPa. Przydatność tej metody do wzmocniania wsporników żelbetowych została wykazana m.in. w badaniach [13]. Zgodnie z wypracowanymi w nich wytycznymi mata została zaaplikowana podwójnie. Aplikację znacznie ułatwił fakt, że naroża słupa



Rys. 6. Proponowany sposób wzmocnienia

Fig. 6. The proposed way of strengthening

były ścięte (sfazowane), co pozwoliło uniknąć kłopotliwego, bo powodującego silne zapylenie, szlifowania betonu.

Analiza miała na celu wskazanie przyczyn awarii głowicy słupa. Na jej podstawie zaprezentowano, jak należało poprawnie obliczyć i ukształtować zbrojenie. Z pozoru typowa geometria, jak się okazało, przysporzyła projektantowi problemów, czego następstwem było silne zarysowanie. Błędem było zaprojektowanie prawej strony jako wydzielonego wspornika i pominięcie strony lewej w procesie projektowania, traktując ją jako regularny odcinek słupa. Należy zaakcentować, że wszelkie nieregularności w konstrukcji, takie jak skokowe zmiany wymiarów, należy zawsze traktować

indywidualnie. Przedstawione analizy mogą być przydatne przy projektowaniu zbrojenia podobnych głowic słupów. Mają ponadto zachęcić projektantów do stosowania metody S-T.

Literatura

- [1] Nagrodzka-Godycka K. Wsporniki żelbetowe. Badania, teoria, projektowanie. Monografia nr 21. Gdańsk: Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej; 2001.
- [2] PN-B-03264:1999. Konstrukcje betonowe, żelbetowe i sprężone.
- [3] Starosolski W. Konstrukcje żelbetowe według Eurokodu 2 i norm związanych – Tom 3. Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN; 2019.
- [4] Marsh K. Autodesk Robot Structural Analysis Professional 2016: Essentials. New York: Marsh API LLC; 2016.
- [5] Knauff M. Obliczanie konstrukcji żelbetowych wg Eurokodu 2. Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN; 2020.
- [6] Abbood I. S. Strut-and-tie model and its applications in reinforced concrete deep beams: A comprehensive review. Case Stud. Constr. Mater. 2023; <https://doi.org/10.1016/j.cscm.2023. e02643>.
- [7] Bagrij P, Styś D. Modelowanie naroży ram żelbetowych w metodzie S-T. Materiały Budowlane. 2015; DOI: 10.15199/33.2015.06.29.
- [8] Tjhin TN, Kuchma DA. Integrated analysis and design tool for the strut-and-tie method. Eng. Struct. 2007; <http://dx.doi.org/10.1016/j.engstruct.2007.01.032>.
- [9] ACI 318-19 (22): Building Code Requirements for Structural Concrete.
- [10] PN-EN 1992-1-1:2008. Eurokod 2. Projektowanie konstrukcji z betonu – Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków.
- [11] Urban T. Wzmocnianie konstrukcji żelbetowych metodami tradycyjnymi. Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN; 2015.
- [12] Urban T, Krawczyk Ł, Gołdyn M. Badania krótkich wsporników żelbetowych wzmocnianych zbrojeniem wklejanym i stalowymi akcesoriami. Badania doświadczalne elementów i konstrukcji betonowych 2019; <https://doi.org/10.34658/kbb.2019.22>.
- [13] Corry R, Dolan Ch. Strengthening and Repair of a Column Bracket Using a Carbon Fiber Reinforced Polymer (CFRP) Fabric 2001; <https://doi.org/10.15554/pcij.01012001.54.63>.

Przyjęto do druku: 15.02.2024 r.