

dr inż. Janusz Pędziwiatr¹⁾

Wymiarowanie mimośrodowo ściskanych przekrojów prostokątnych bez strefy rozciąganej – zbrojenie niesymetryczne

Dimensioning of fully compressed rectangular cross section under eccentric loading – nonsymmetrical reinforcement

DOI: 10.15199/33.2015.06.21

(Artykuł przeglądowy)

Streszczenie. Artykuł opisuje założenia i sposób postępowania przy wymiarowaniu żelbetowych mimośrodowo ściskanych przekrojów prostokątnych bez strefy rozciąganej. Przedstawiono analityczną metodę uwzględniającą niesymetryczne zbrojenie przekroju.

Słowa kluczowe: żelbet, wymiarowanie, mimośrodowe ściskanie, algorytmy postępowania.

Abstract. Article describes the assumptions and the way for dimensioning rectangular concrete cross sections under eccentric compression. The case of fully compressed cross section is considered. The analytical way for calculation with an assumption of non-symmetric reinforcement is presented.

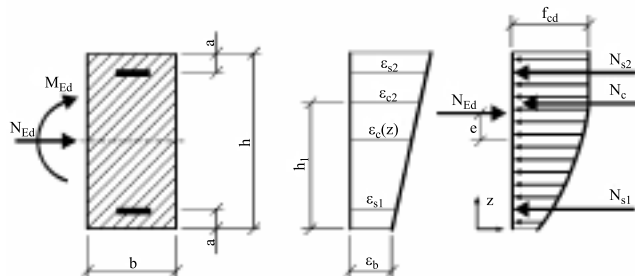
Keywords: concrete, dimensioning, eccentric compression, algorithm.

Wymiarowanie przekrojów prostokątnych mimośrodowo ściskanych, w przypadku ściskania całego przekroju, jest zagadnieniem wewnętrznie statycznie niewyznaczalnym. Ogólny układ odkształceń i naprężeń (sił) obliczeniowych pokazano na rysunku 1. Niewiadomymi są stopnie zbrojenia stali bardziej ściskanej ρ_2 , mniej ściskanej ρ_1 oraz odkształcenie w skrajnych mniej ściskanych włóknach betonu ε_{s1} . Siłę w betonie N_c oblicza się, całkując naprężenia po wysokości przekroju. Zapis w postaci bezwymiarowej siły podłużnej jest następujący:

$$n_c = N_c / (f_{cd}bh) = \frac{1}{h} \int_0^h \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c(z)}{\varepsilon_{c2}} \right)^n \right] dz + (h - h_1) / h = 1 - \alpha_1 t \quad (1)$$

gdzie: oznaczenia wg rysunku 1.

W analogiczny sposób można obliczyć względną wartość momentu tej siły względem dolnej krawędzi przekroju:



Rys. 1. Odkształcenia i naprężenia (siły) obliczeniowe w przekroju całkowicie ściskanym

Fig. 1. Designed stresses and strain (forces) in a fully compressed cross-section

¹⁾ Politechnika Wrocławska, Wydział Budownictwa Lądowego i Wodnego; e-mail: janusz.pedziwiatr@pwr.edu.pl

$$m_c = M_c / (f_{cd}bh^2) = 0,5(1 - \alpha_2 t) \quad (2)$$

gdzie:

M_c – moment wywołany siłą w betonie.

Występujące we wzorach (1) i (2) współczynniki α_1 i α_2 będące funkcją klasy betonu, zestawiono w tabeli 1. Zmienna t z tych wzorów oznacza $t = (\varepsilon_{c2} - \varepsilon_b)^n$. Korzystając z prawa płaskich przekrojów, można wyznaczyć graniczne wartości odkształceń ε_b , które określają wykorzystanie zbrojenia. Wyniki obliczeń zestawiono w tabelach 2 i 3. Stal mniej ściskana jest wykorzystana, gdy $\varepsilon_b > \varepsilon_{b,min}$, a stal bardziej ściskana, gdy $\varepsilon_b < \varepsilon_{b,min}$ w przypadku klasy betonu C12 ÷ C50 i $\varepsilon_b > \varepsilon_{b,min}$ – betonów wyższych klas.

Tabela 1. Wartości współczynników α_1 i α_2

Table 1. Values of coefficients α_1 and α_2

Współczynniki	Klasa betonu					
	C12-C50	C55	C60	C70	C80	C90
n	2,0	1,75	1,6	1,45	1,4	1,4
α_1	0,0476	0,0649	0,0805	0,1019	0,1111	0,1094
α_2	0,0136	0,0246	0,0355	0,0525	0,0628	0,0643

Tabela 2. Graniczna wartość odkształcenia $\varepsilon_{b,min}$, przy której wykorzystana jest stal mniej ściskana

Table 2. The limit value of $\varepsilon_{b,min}$ for which less compressed steel is fully used

a/h	Klasa betonu					
	C12-C50	C55	C60	C70	C80	C90
0,05	nigdy	2,172	2,166	2,161	2,156	2,152
0,10	nigdy	2,170	2,156	2,145	2,136	2,127
0,15	nigdy	2,167	2,145	2,128	2,114	2,099
0,20	nigdy	2,164	2,132	2,108	2,088	2,068

Tabela 3. Graniczna wartość odkształceń $\varepsilon_{b, \text{lim}}$ gwarantujących wykorzystanie stali bardziej ściskanej

Table 3. The limit value of $\varepsilon_{b, \text{lim}}$ which guarantee full use of more compressed steel

a/h	Klasa betonu					
	C12-C50	C55	C60	C70	C80	C90
0,05	1,737	zawsze				
0,10	1,697	zawsze				
0,15	1,643	zawsze				
0,20	1,565	zawsze		0,140	0,560	0,470

Niesymetryczne zbrojenie przekroju

W przypadku niesymetrycznego zbrojenia przekroju uwzględnia się trzy warianty: oba zbrojenia są wykorzystane, tylko zbrojenie bardziej ściskane jest wykorzystane, żadne ze zbrojeń nie jest wykorzystane. W odniesieniu do betonów klas C12 ÷ C50 nie ma takiej możliwości, aby stal bardziej i mniej ściskana były wykorzystane.

Oba zbrojenia są wykorzystane w sytuacji, gdy $\varepsilon_b > \varepsilon_{b, \text{min}}$ (dotyczy betonów klas wyższych niż C50). Dodatkowym założeniem jest wtedy $\varepsilon_b = \varepsilon_{b, \text{min}}$ i w konsekwencji $t^n = \varepsilon_{c2} > \varepsilon_{b, \text{min}}$. Przekształcając warunek równowagi momentów względem zbrojenia mniej ściskanego, wyznacza się stopień zbrojenia ρ_2 :

$$\rho_2 = \frac{m_{Ed} + n_{Ed} \left(\frac{1}{2} - \frac{a}{h} \right) - m_c + n_c \frac{a}{h}}{f_{yd} \left(1 - \frac{2a}{h} \right)} = \frac{m_{Ed} + n_{Ed} \left(\frac{1}{2} - \frac{a}{h} \right) - 0,5(1 - \alpha_2)t + (1 - \alpha_1)t \frac{a}{h}}{f_{yd} \left(1 - \frac{2a}{h} \right)} \quad (3)$$

gdzie:

$$n_{Ed} = N_{Ed} / (f_{cd}bh); \quad m_{Ed} = n_{Ed} \cdot (e/h)$$

Stopień zbrojenia ρ_1 wyznacza się z przekształconego warunku równowagi sił:

$$\rho_1 = f_{cd} / f_{yd} (n_{Ed} - n_c - 1 + \alpha_1 t^n) - \rho_2 \quad (4)$$

Jeżeli $\rho_1 + \rho_2 \leq 0,04d/h$, to następuje koniec obliczeń. W przeciwnym wypadku należy zwiększyć wymiary przekroju.

Wykorzystane jest tylko zbrojenie bardziej ściskane, czyli $\rho_1 = 0$. Warunek równowagi momentów względem stali bardziej ściskanej ma postać:

$$-m_{Ed} + n_{Ed} \left(\frac{1}{2} - \frac{a}{h} \right) = n_c \left(1 - \frac{a}{h} \right) - m_c = (1 - \alpha_1 t) \left(1 - \frac{a}{h} \right) - \frac{1}{2} (1 - \alpha_2 t) \quad (5)$$

Niewiadomą jest $(\varepsilon_{c2} - \varepsilon_b)^n = t$, którą wylicza się, przekształcając równanie:

$$t = \left[-m_{Ed} + \left(\frac{1}{2} - \frac{a}{h} \right) (n_{Ed} - 1) \right] / \left[0,5\alpha_2 - \alpha_1 \left(1 - \frac{a}{h} \right) \right] \quad (6)$$

Jeżeli dla betonów C12 ÷ C50 $\varepsilon_{b, \text{lim}} > \varepsilon_b = -t^{1/n} + \varepsilon_{c2} > 0$, to stopień zbrojenia oblicza się z (7), a w odniesieniu do wyższych klas warunek ten ma postać $\varepsilon_{b, \text{lim}} < \varepsilon_b = -t^{1/n} + \varepsilon_{c2} < \varepsilon_{b, \text{min}}$.

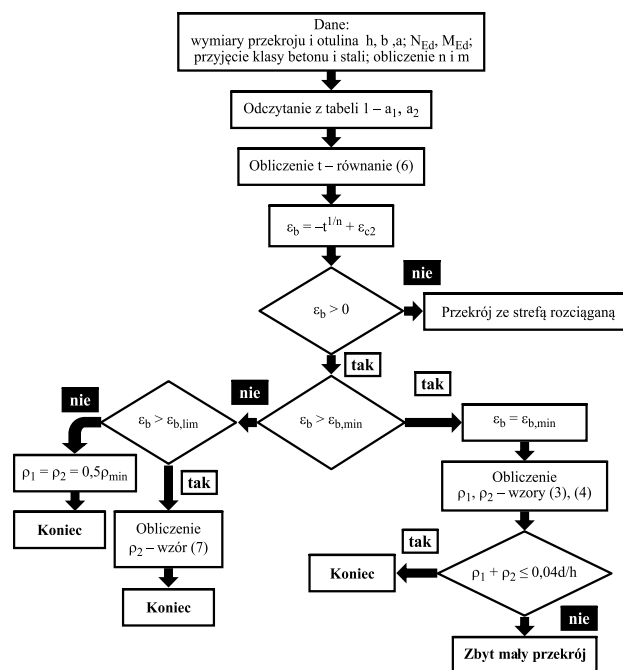
$$\rho_2 = f_{cd} / f_{yd} (n_{Ed} - 1 + \alpha_1 t) \quad (7)$$

Oba zbrojenia są niewykorzystane, gdy zbrojenie mniej ściskane jest niewykorzystane, a stopień zbrojenia obliczony z (7) jest ujemny. Może tak być, gdy wymiary przekroju są za duże. Zbrojenie przekroju musi wtedy spełniać jedy-

nie wymagania normowe dotyczące minimalnego stopnia zbrojenia. Połowę minimalnego stopnia zbrojenia przyjmuje się wówczas dla zbrojenia, które okazało się mniej ściskane i jest niewykorzystane.

Algorytm postępowania i wnioski

Przystępując do wymiarowania przeważnie nie wiadomo, który z opisanych przypadków ma miejsce. Na rysunku 2 pokazano schemat blokowy opisujący algorytm postępowania.



Rys. 2. Schemat blokowy ogólnego algorytmu postępowania
Fig. 2. Block pattern for the general way of calculations

Norma [1] i jej naukowe podstawy [2] nie podają sposobów wymiarowania przekrojów mimośrodowo ściskanych. W najbardziej popularnych i dostępnych pozycjach literaturowych [3, 4] podane są sposoby postępowania bazujące na fikcyjnych wartościach $\xi > h/d$ (podobnie jest w literaturze anglosaskiej). Sugerowane są procedury iteracyjne [4] lub przybliżone szacunki [3]. Konceptje te nie mają zastosowania w przypadku betonów klas wyższych niż C50. Metoda obliczania przedstawiona w artykule wypełnia tę lukę. Można też stosować alternatywne rozwiązanie, polegające na przyjęciu założenia symetrycznego zbrojenia.

Literatura

- [1] PN-EN 1992-1-1:2008 Eurokod 2. Projektowanie konstrukcji z betonem. Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków.
- [2] Model Code 2010, First complete draft, CEB-FIP 2010.
- [3] Knauff M.: Obliczanie konstrukcji żelbetowych wg Eurokodu 2. PWN Warszawa 2012.
- [4] Łapko A., Jensen B.: Podstawy projektowania i algorytmy obliczeń konstrukcji żelbetowych. Arkady, Warszawa 2009.

Otrzymało 25.04.2015 r.