

mgr inż. Paweł Bagrij¹⁾
dr inż. Dariusz Styś^{1)*}

Modelowanie naroży ram żelbetowych w metodzie S-T

S-T Modeling of reinforced concrete frame corner

DOI: 10.15199/33.2015.06.29

(Artykuł przeglądowy)

Streszczenie. W artykule przedstawiono analizę naroży ram żelbetowych metodą Strut-and-Tie. Obliczenia przeprowadzono w programie CAST dla różnych modeli kratownicowych. Wyniki obliczeń porównano na podstawie kryterium energetycznego najmniejszej energii odkształcenia sprężystego prętów.

Słowa kluczowe: rama żelbetowa, węzły ram, metoda kratownicowa, moment zamykający naroże.

Abstract. Strut-and-Tie Modeling of reinforced concrete frame corner structures are shown. For calculation of different ST models are used program CAST. Results are compared with minimum strain elastic energy bars criterion.

Keywords: reinforced concrete frame, nodal zone connection, beam-column joint, Strut-and-Tie Modeling, frame corner with closing moment.

Idea metody S-T (Strut-and-Tie) w projektowaniu konstrukcji żelbetowych wywodzi się z analogii kratownicowej Rittera i Mörscha zaproponowanej na początku XX w. do wymiarowania belek żelbetowych na ścinanie. Temat zastosowania metody S-T w obliczeniach konstrukcji betonowych został ponownie podjęty przez Martiego w 1985 r., a następnie przez Schlaicha (1987 r.), Collinsa i Mitchella (1991 r.) oraz MacGregora (1992 r.) [1]. Metoda ST ma duże znaczenie praktyczne, gdyż w prosty i przejrzysty sposób tłumaczy przebieg sił w konstrukcji – szczególnie w miejscu styku kilku prętów (np. w węzłach ram). Równolegle ze wzrastającą dostępnością wyników eksperymentalnych badań konstrukcji i rozwojem zastosowania teorii plastyczności w analizie wytrzymałościowej, metoda S-T została udoskonalona i obecnie jest wykorzystywana w wielu analizach konstrukcji żelbetowych. W obszarach nieciągłości (D-Discounty) konstrukcji żelbetowych, gdzie duży wpływ ma siła poprzeczna, aproksymacja modelami prętowymi jest jedną z najbardziej efektywnych metod obliczeniowych. Ustroje płaskie (belki, tarcze i ramy) mogą być wówczas przedstawione jako kratownice płaskie, składające się ze ściskanych krzyżulców betonowych S i rozciąganych prętów T (zbrojenie) połączonych w węzłach. Taki opis przebiegu sił w konstrukcji pozwala uwzględnić złożony stan naprężeń, wywołany przez moment zginający, siłę poprzeczna i osiową. Zgodnie z twierdzeniem o dolnej granicy obciążenia rozpatruje się pola naprężeń spełniające wszystkie warunki równowagi, a następnie sprawdza się, czy są polami naprężeń bezpiecznych w całym obszarze konstrukcji. Efektem wykorzystania metody S-T jest otrzymanie nośności granicznych mniejszych lub równych rzeczywistej nośności, przy zapewnieniu warunków plastyczności konstrukcji.

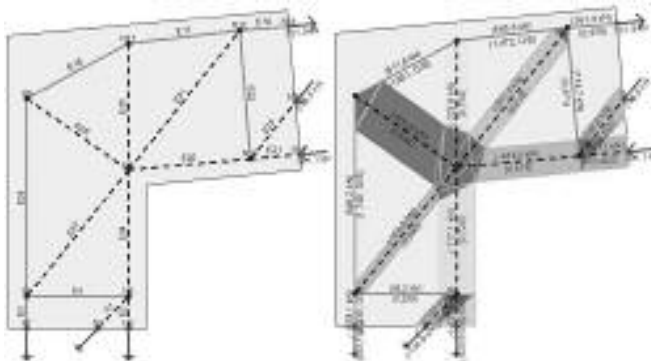
Obliczenia w programie CAST dla węzłów ramy żelbetowej

Analizę i projektowanie konstrukcji metodą S-T rozpoczyna się od wskazania w konstrukcji zasięgu regionów D, które w przybliżeniu są równe wysokości przekroju danego elementu. Następnie sprowadza się siły (M, N i V) oraz obciążenia zewnętrzne do krawędzi regionu D. Zastępuje pręty S i T modelu kratownicowego

rozmisszcza się zgodnie z przebiegiem sił wypadkowych od naprężeń głównych w stanie liniowo-sprężystym (pręty S równoległe, a pręty T prostopadle do potencjalnego kierunku przebiegu rys), prostując przebiegi krzywoliniowe między węzłami modelu kratowego. W prostych przypadkach łatwo jest przewidzieć przebieg prętów w modelu S-T. W bardziej skomplikowanych miejscach konstrukcji można posłużyć się rozwiązaniem sprężystym (MES) lub wykorzystać tzw. metodę ścieżek sił [1].

Po założeniu warunków brzegowych i sprowadzeniu obciążenia do węzłów rozwiązuje się kratownice. Dla prętów rozciąganych T modelu oblicza się potrzebne pole zbrojenia. Należy sprawdzić, czy pręty zbrojenia można rozsądnie rozmieścić w przekroju oraz zadbać o prawidłowe warunki zakotwienia. Dla prętów ściskanych S kratownicy przyjmuje się szerokość i grubość pręta (rysunek 1) i na tej podstawie sprawdza jego nośność, odpowiednio zwiększając lub redukując wytrzymałość betonu. Jeżeli pręt S poddany jest dwu- lub trójosiowemu ściskaniu, to wytrzymałość betonu można zwiększyć do $1,1f_{cd}$. Jeżeli przez wyidealizowany krzyżulec S może przebiegać ukośnie rysa, to wytrzymałość betonu powinna zostać zredukowana do ok. $0,4f_{cd}$ [3]. Sprawdzeniu podlega również wytrzymałość betonu w strefie węzłowej (rysunek 2).

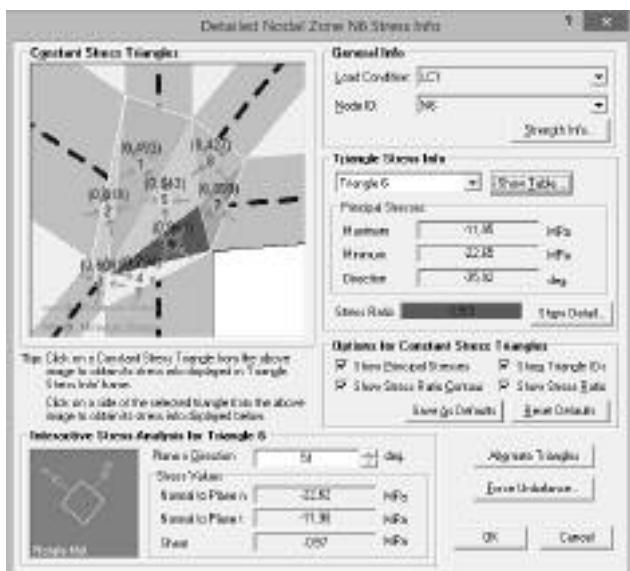
Przedstawiony schemat obliczeniowy rodzi wiele komplikacji podczas analizy S-T. Najlepszy model otrzymuje się zazwyczaj po pracochłonnym procesie iteracyjnym. Model jest dostosowywany i doskonalony w celu spełnienia warunków: rozmieszczenia



Rys. 1. Widok modelu S-T, obliczenia statyczne i stopień wykorzystania nośności prętów S

Fig. 1. Strut-and-Tie model, employed and checking the stress of Strut

¹⁾ Politechnika Wrocławska, Wydział Budownictwa Lądowego i Wodnego
*) Autor do korespondencji: e-mail: dariusz.stys@pwr.edu.pl



Rys. 2. Konstrukcja i sprawdzenie nośności strefy węzłowej w programie CAST

Fig. 2. Design of the nodal zone and satisfy the stress limit in CAST

zbrojenia, wytrzymałości na ścisnienie betonu albo zmniejszenia wymiarów kratownicy. Rozpatrywanie wielu przypadków i kombinacji obciążeń rodzi również konieczność rozpatrywania różnych modeli S-T. Istnieją programy komputerowe (np. CAST [4]) wspomagające obliczenia. Przykładowe obliczenia dla węzła narożnego monolitycznej ramy żelbetowej wykonano w programie CAST [2, 4], uwzględniając pięć modeli kratownicowych węzła narożnego (tabela). Obliczenia dla każdego modelu węzła przeprowadza się oddzielnie (rysunki 1 i 2). Proces obliczeniowy wygląda identycznie jak ten przeprowadzany ręcznie, dlatego łatwo kontrolować każdy etap. Po zbudowaniu modelu, określeniu warunków brzegowych i obciążeń można wykonać obliczenia statyczne, dobrać potrzebne zbrojenie i sprawdzić nośność ścisnanych krzyżulców oraz węzłów.

Kryterium najmniejszej energii odkształcenia

Przyjętym kryterium optymalizacji węzłów ramy była zasada minimum energii odkształcenia sprężystego prętów. Bardziej realistyczny jest model, w którym przyjmuje się mniejszą liczbę prętów rozciąganych T (odkształcenia pręta T ze stali zbrojeniowej są dużo większe niż prętów betonowych S). Warunek pracy systemu składa się z sumy iloczynów siły i drogi:

$$W = \sum F_i u_i = \sum F_i \epsilon_i l_i = \sum (F_i^2 l_i) / (E_i A_i) \rightarrow \text{minimum}$$

gdzie:

F_i – siła w pręcie; u_i – praca w pręcie; l_i – długość pręta;

ϵ_i – odkształcenie pręta;

E_i – moduł sprężystości pręta; A_i – pole przekroju pręta.

Wykonana praca może być zredukowana do pracy prętów rozciąganych:

$$W = \sum F_{Ti} l_{Ti} \rightarrow \text{minimum}$$

gdzie: F_{Ti} – siła w pręcie rozciągany; l_{Ti} – długość pręta rozciąganego.

Podsumowanie

Odwzorowanie pracy konstrukcji za pomocą modeli S-T jest ni by praktyczne, ale wyniki mogą się znacznie różnić w zależności od przyjętego schematu kratownicowego. W przypadku analizo-

Zestawienie energii oraz potrzebnego zbrojenia w węzle narożnym ramy

Compared minimum strain elastic energy bars on each models frame corner and select reinforcement for Ties

Model	Praca [kNm]	Obliczone zbrojenie
A1	1028,8	5φ8, 5φ16, 2φ16, 4φ16
A2	1037,5	5φ8, 5φ16, 3φ16
A3	1192,0	5φ8, 5φ16, 2φ16, 4φ16
A4	1114,8	5φ8, 5φ16, 2φ16, 2φ16
A5	1113,8	5φ8, 5φ16, 2φ16, 2φ16

wanego naroża ramy projektowanie metodą S-T wg europejskich norm daje mało ekonomiczne wyniki. Nie ma reguły na zastosowanie konkretnego modelu, dlatego bardzo łatwo jest otrzymać nieekonomiczne wymiary elementu lub niewykonalny układ zbrojenia, jeśli nie porówna się rozwiązania z danymi literaturowymi, np. [3]. Kryterium najmniejszej energii odkształcenia prętów ułatwia wybór modelu S-T, ale nie zwalnia projektanta z racjonalnego kształtowania konstrukcji (w tym przypadku węzłów ramy) zgodnie z aktualnym stanem wiedzy w tym temacie.

Rysunki – Autorzy

Literatura

[1] Schlaich J., Schafer K., Design and detailing of structural concrete using Strut-and-Tie models, Structural Engineering, ASCE 1998.
 [2] Tjhin T. N., Kuchma D. A., Computer-Based Tools for Design by the Strut-and-Tie Method: Advanced and Challenges, ACI Structural Journal 2002.
 [3] Starosolski W., Konstrukcje żelbetowe wg Eurokodu 2, t. 3, PWN, Warszawa 2007.
 [4] CAST, <http://dankuchma.com/stm/CAST>, data dostępu: 30.11.2014 r.

Otrzymano 17.04.2015 r.