

dr inż. Janusz Pędziwiatr¹⁾

Wymiarowanie mimośrodowo ściskanych przekrojów prostokątnych bez strefy rozciąganej – zbrojenie symetryczne

Dimensioning of fully compressed rectangular cross section under eccentric loading – symmetrical reinforcement

DOI: 10.15199/33.2015.06.22

(Artykuł przeglądowy)

Streszczenie. Artykuł opisuje założenia i sposób postępowania przy wymiarowaniu żelbetowych mimośrodowo ściskanych przekrojów prostokątnych bez strefy rozciąganej. Przedstawiono analityczną metodę zakładającą symetryczne zbrojenie przekroju.

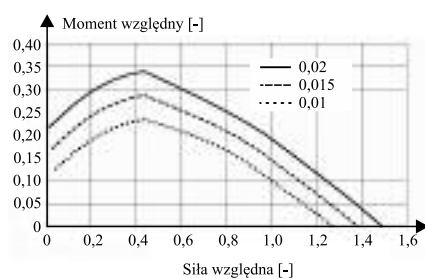
Słowa kluczowe: żelbet, wymiarowanie, mimośrodowe ściskanie, algorytmy postępowania.

Abstract. Article describes the assumptions and the way for dimensioning rectangular concrete cross sections under eccentric compression. The case of fully compressed cross section is considered. The analytical way for calculation with an assumption of symmetric reinforcement is presented.

Keywords: concrete, dimensioning, eccentric compression, algorithm.

Wymiarowanie przekrojów mimośrodowo ściskanych, w przypadku ściskanego całego przekroju, jest zagadnieniem wewnątrz statycznie niewyznaczalnym. Założenie symetrycznego zbrojenia redukuje liczbę niewiadomych do dwóch (ρ i ε_b) i pozwala otrzymać bezpośrednio z równań równowagi jednoznaczne rozwiązanie. Pojawiają się jednak problemy obliczeniowe. Z tego powodu jedynie dostępne są metody graficzne [1, 2], polegające na wykorzystaniu krzywych granicznych utworzonych dla różnych stopni zbrojenia. Najczęściej krzywe te tworzone są w układzie współrzędnych bezwymiarowych $n_{Ed} = N_{Ed}/f_{cd}bd$ (względna siła) i $m_{Ed} = n_{Ed}e/d$ (względny moment) dla różnych stopni zbrojenia. Wymiarowanie polega wówczas na obliczeniu wartości n_{Ed} oraz m_{Ed} i odczytaniu z konkretnej krzywej stopnia zbrojenia

$\rho = \rho_1 = \rho_2$. Na rysunku 1 pokazano takie przykładowe rozwiązanie, w którym dla $n_{Ed} = 0,8$ i $m_{Ed} = 0,21$ stopień zbrojenia $\rho = 1,15\%$. Taka metoda jest możliwa, gdy projektant ma dostęp do odpowiednio dużej liczby analogicznych nomogramów. W literaturze nie ma ich w przypadku betonów klasy wyższej niż C50 i dlatego uzupełniam tę lukę.



Rys. 1. Przykładowa rodzina krzywych interakcji

Fig. 1. Some typical interaction curves

¹⁾ Politechnika Wroclawska, Wydział Budownictwa Lądowego i Wodnego; e-mail: janusz.pedziwiatr@pwr.edu.pl

Podstawowe założenia i zależności

Analityczna metoda musi brać pod uwagę różny stopień wykorzystania zbrojenia. Korzystając z prawa płaskich przekrojów, można go wtedy wyznaczyć z funkcji odkształcenia skrajnych włókien betonu ε_b :

$$\sigma_{s1} = \frac{f_{yd}}{\varepsilon_{pl}} \left[t \left(\frac{\varepsilon_{cu2}}{\varepsilon_{c2}} \frac{a}{h} - 1 \right) + \varepsilon_{c2} \right], \text{ gdy } \varepsilon_b < \varepsilon_{b,min} = \varepsilon_{c2} - \frac{\varepsilon_{c2} - \varepsilon_{pl}}{1 - \frac{\varepsilon_{cu2}}{\varepsilon_{c2}} \frac{a}{h}} \quad (1)$$

$$\sigma_{s2} = \frac{f_{yd}}{\varepsilon_{pl}} \left[t \left(\frac{\varepsilon_{cu2}}{\varepsilon_{c2}} \frac{d}{h} - 1 \right) + \varepsilon_{c2} \right], \text{ gdy } \varepsilon_b < \varepsilon_{b,lim} = \varepsilon_{c2} - \frac{\varepsilon_{c2} - \varepsilon_{pl}}{1 - \frac{\varepsilon_{cu2}}{\varepsilon_{c2}} \left(1 - \frac{a}{h} \right)} \quad (2)$$

gdzie: $\varepsilon_{pl} = f_{yd}/\varepsilon_s$, ε_{c2} , ε_{cu2} – odkształcenia betonu.

We wzorach tych przyjęto $\varepsilon_{c2} - \varepsilon_b = t$. Graniczne wartości odkształceń ε_b zestawiono w tabelach 1 i 2. Stal mniej ściskana jest wykorzystana, gdy $\varepsilon_b > \varepsilon_{b,min}$, a bardziej ściskana, gdy $\varepsilon_b < \varepsilon_{b,min}$ w przypadku betonów C12 ÷ 50 lub $\varepsilon_b > \varepsilon_{b,lim}$ – betonów powyżej C50. Punktem wyjścia w obliczeniach jest warunek równowagi sił, z którego wyznacza się stopień zbrojenia ρ , natomiast z warunku równowagi momentów określa się wartość parametru pomocniczego t i ε_b , a na tej podstawie ρ .

Tabela 1. Graniczna wartość odkształcenia $\varepsilon_{b,min}$, przy której wykorzystana jest stal mniej ściskana

Table 1. The limit value of $\varepsilon_{b,min}$ for which less compressed steel is fully used

a/h	C12-C50	C55	C60	C70	C80	C90
0,05	nigdy	2,172	2,166	2,161	2,156	2,152
0,10	nigdy	2,170	2,156	2,145	2,136	2,127
0,15	nigdy	2,167	2,145	2,128	2,114	2,099
0,20	nigdy	2,164	2,132	2,108	2,088	2,068

Tabela 2. Graniczna wartość odkształcenia $\epsilon_{b,lim}$, przy której wykorzystana jest stal bardziej ścisnana

Table 2. The limit value of $\epsilon_{b,lim}$ which guarantee full use of more compressed steel

a/h	C12-C50	C55	C60	C70	C80	C90
0,05	1,737			zawsze		
0,10	1,697			zawsze		
0,15	1,643			zawsze		
0,20	1,565	zawsze		0,140	0,560	0,470

Wyznaczanie przekroju zbrojenia

Przy wymiarowaniu przekroju mimośrodowo ściskanego z symetrycznym zbrojeniem uwzględnia się trzy warianty: oba zbrojenia są wykorzystane; tylko zbrojenie bardziej ścisnane jest wykorzystane; żadne zbrojenie nie jest wykorzystane. Warunki równowagi sił zapisano we współrzędnych bezwymiarowych, w których występują współczynniki α_1 i α_2 podane w tabeli 3.

Tabela 3. Wartości parametrów α_1 i α_2

Table 3. Values of coefficients α_1 and α_2

Klasa betonu	C12-C50	C55	C60	C70	C80	C90
n	2,0	1,75	1,6	1,45	1,4	1,4
α_1	0,0476	0,0649	0,0805	0,1019	0,1111	0,1094
α_2	0,0136	0,0246	0,0355	0,0525	0,0628	0,0643

Oba zbrojenia są wykorzystane, gdy $\epsilon_b > \epsilon_{b,min}$. Stopień zbrojenia ρ wyznacza się, przekształcając warunek równowagi sił:

$$n_{Ed} = n_c + 2\rho \frac{f_{yd}}{f_{cd}} = 1 - \alpha_1 t^n + 2\rho \frac{f_{yd}}{f_{cd}} \quad (3)$$

gdzie: n_c – względna siła w betonie.

Warunek równowagi momentów ma postać:

$$m_{Ed} + n_{Ed} \left(\frac{1}{2} - \frac{a}{h} \right) = 0,5(1 - \alpha_2 t^n) - (1 - \alpha_1 t^n) \frac{a}{h} + \rho \frac{f_{yd}}{f_{cd}} \left(1 - \frac{2a}{h} \right) \quad (4)$$

gdzie: $n_{Ed} = N_{Ed} / (f_{cd} b h)$; $m_{Ed} = n_{Ed} \cdot (e/h)$

Z układu równań (3) i (4) o niewiadomych ρ i t^n wyznaczono:

$$\rho = 0,5 \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \left(n_{Ed} - 1 + \alpha_1 \frac{2m_{Ed}}{\alpha_1 - \alpha_2} \right) \quad (5)$$

Jeżeli $\rho > 0,02 d/h$, należy zwiększyć wymiary przekroju.

Wykorzystane jest tylko zbrojenie bardziej ścisnane, wówczas procedura uwzględniająca zależność (1) prowadzi do równania:

$$\beta_1 t^{n+1} + \beta_2 t^n + \beta_3 t + \beta_4 = 0 \quad (6)$$

gdzie: $t = \epsilon_{c2} - \epsilon_b$

Równanie to rozwiązuje się numerycznie, a jego współczynniki są określone następującymi wzorami:

$$\beta_1 = A \left(\frac{a}{h} \alpha_1 - \frac{1}{2} \alpha_2 \right), \beta_2 = \alpha_1 \left(1 - 2 \frac{a}{h} \right) + B \frac{\beta_1}{A}$$

$$\beta_3 = A \left[\left(\frac{1}{2} - \frac{a}{h} \right) (1 - n_{Ed}) - m_{Ed} \right], \beta_4 = \frac{\beta_3}{A} B + (n_{Ed} - 1) \left(1 - 2 \frac{a}{h} \right) \quad (7)$$

$$\text{gdzie } A = -\frac{1}{\epsilon_{pl}} \left(1 - \frac{a}{h} \frac{\epsilon_{cu2}}{\epsilon_{c2}} \right), B = 1 + \frac{\epsilon_{c2}}{\epsilon_{pl}}$$

Po wyznaczeniu t oraz $\epsilon_b = \epsilon_{c2} - t$, można obliczyć stopień zbrojenia określony wzorem:

$$\rho = (n_{Ed} - 1 + \alpha_1 t^n) \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \left[1 + \frac{t}{\epsilon_{pl}} \left(\frac{\epsilon_{cu2}}{\epsilon_{c2}} \frac{a}{h} - 1 \right) + \frac{\epsilon_{c2}}{\epsilon_{pl}} \right] \quad (8)$$

Oba zbrojenia są niewykorzystane, wówczas procedura uwzględniająca zależności (1) i (2) prowadzi do równania (6) z następującymi współczynnikami:

$$\beta_1 = A \left(\frac{a}{h} \alpha_1 - \frac{1}{2} \alpha_2 \right) + C \left(1 - \frac{2a}{h} \right), \beta_2 = 0,5B(\alpha_1 - \alpha_2)$$

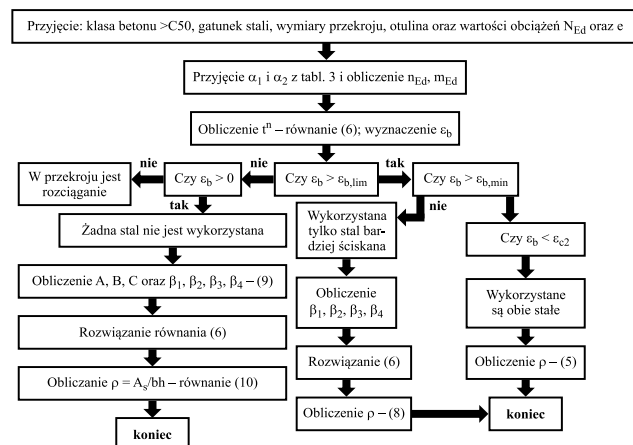
$$\beta_3 = A \left[\left(\frac{1}{2} - \frac{a}{h} \right) (1 - n_{Ed}) - m_{Ed} \right] + C(n_{Ed} - 1) \left(1 - 2 \frac{a}{h} \right), \beta_4 = -m_{Ed} B$$

$$A = -\frac{1}{\epsilon_{pl}} \left(2 - \frac{\epsilon_{cu2}}{\epsilon_{c2}} \right), B = 2 \frac{\epsilon_{c2}}{\epsilon_{pl}} \text{ oraz } C = \frac{\epsilon_{cu2}}{\epsilon_{c2} \epsilon_{pl}} \frac{d}{h} - \frac{1}{\epsilon_{pl}} \quad (9)$$

Po numerycznym wyznaczeniu t oblicza się stopień zbrojenia:

$$\rho = \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \frac{(n - 1 + \alpha_1 t^n)}{(At + B)} \quad (10)$$

Algorytm postępowania pozwalający zaprojektować przekrój symetrycznie zbrojony całkowicie ściskany pokazano na rysunku 2. Pozwala on zweryfikować, czy nie ma strefy ściskanej oraz czy przekrój nie jest zbyt mały – $\epsilon_b > \epsilon_{c2}$ lub $\rho > 0,02d/h$.



Rys. 2. Algorytm postępowania przy wyznaczaniu ρ w przekroju całkowicie ściskanym (beton >C50)

Fig. 2. Algorithm for calculation of ρ in a full compressed cross section (concrete >C50)

Wnioski

Przekroje całkowicie ściskane z dowolną klasą betonu można wymiarować, wykorzystując algorytm przedstawiony w artykule. Występujące w tej metodzie równania wymagają obliczeń numerycznych, ale tę trudność kompensuje fakt, że w przypadku betonów klasy wyższej niż C50 nie ma dostępnych alternatywnych rozwiązań. Przedstawiona metoda w założeniach jest tożsama z metodą wymiarowania zbrojenia niesymetrycznego mimośrodowo ściskanych przekrojów prostokątnych bez strefy rozciąganej.

Literatura

- [1] Knauff M.: Obliczanie konstrukcji żelbetowych wg Eurokodu 2. PWN Warszawa 2012.
- [2] Moss R.: How to design concrete structures using EC2. 5 Columns (ed. The Concrete Center) 2006.

Otrzymano 26.04.2015 r.