

dr hab. inż. Jacek Szafran^{1*)}

ORCID: 0000-0002-6984-0193

dr inż. Klaudia Juszczyk-Andraszyk²⁾

ORCID: 0009-0007-7657-8406

inż. Paulina Kaszubska¹⁾

ORCID: 0009-0007-3352-7377

Analysis of the lattice tower bracings reinforcement by their extension to closely spaced built-up members

Analiza wzmocnienia krzyżulców wieży kratowej przez ich rozbudowę do elementów złożonych bliskogałęziowych

DOI: 10.15199/33.2025.02.02

Abstract. The aim of this paper is to analyze the influence of spacing of bolted connections between branches of closely spaced built-up members on the buckling form, the value of the critical force, the magnitude of stresses and deformations. The results shows that with the reduction of the spacing between connections, the critical force increases. When the spacing is doubled, the stresses in the analyzed element increased by about 30%, and the deformations by about 340%. When the spacing of connections between branches is too large, separate buckling of the branches occurs.

Keywords: closely spaced built-up members; structure reinforcement; telecommunication.

Streszczenie. W artykule przedstawiono analizę wpływu rozstawu połączeń śrubowych pomiędzy gałęziami przekroju bliskogałęziowego na postać wyboczenia, wartość siły krytycznej, wielkość naprężeń i deformacji. Wyniki wskazują, że wraz ze zmniejszeniem rozstawu pomiędzy połączeniami zwiększa się siła krytyczna. Przy dwukrotnie większym rozstawie, naprężenia w analizowanym elemencie wzrosły o ok. 30%, a deformacje o ok. 340%. Przy zbyt dużym rozstawie połączeń pomiędzy gałęziami dochodzi do oddzielnego wyboczenia gałęzi.

Słowa kluczowe: elementy bliskogałęziowe; wzmocnienie konstrukcji; telekomunikacja.

In order for communications systems to function properly and meet the ever-increasing demands for data speed, capacity or efficiency, it is necessary to continuously improve and expand the telecommunications network and thus the technical infrastructure that is indispensable for it. A significant part of the telecommunications technical facilities are steel lattice towers. Many such structures, located in Poland, were erected even decades ago, when other design standards (Polish construction standards) were in force. In view of the foregoing, and in light of the regular increase in the load on these structures resulting from the installation of additional telecommunications equipment, very often their load-bearing capacity is not sufficient to ensure their continued reliable and safe operation as support structures for radiocommunications installations. In such cases, these towers require the reinforcement of individual structural elements, primarily legs and cross-bracings. When designing the reinforcement, it is important to be certain of the way it would cooperate with the existing elements in order to accurately assess its effectiveness. This is essential in order to ensure the reliability of the telecommunications infrastructure and, therefore, the uninterrupted operation of the network.

A common method of reinforcing lattice tower elements made of angle and channel sections in engineering practice is the extension to closely spaced built-up members [1 ÷ 6]. The cal-

by systemy łączności mogły poprawnie działać oraz sprostać coraz większym wymaganiom dotyczącym prędkości przesyłu danych, przepustowości czy sprawności, niezbędne jest nieustanne ulepszanie i rozbudowa sieci telekomunikacyjnej, a co za tym idzie nieodzownej dla niej infrastruktury technicznej. Znaczną część telekomunikacyjnego zaplecza technicznego stanowią stalowe wieże kratowe. Wiele tego typu konstrukcji, zlokalizowanych na terenie Polski, wzniesiono nawet dekady temu, kiedy obowiązywały inne standardy projektowe (polskie normy budowlane). W związku z tym, oraz w świetle regularnego zwiększania obciążeń na te konstrukcje, wynikającego z instalacji dodatkowego sprzętu telekomunikacyjnego, bardzo często ich nośność nie jest wystarczająca do zapewnienia dalszej niezawodnej i bezpiecznej pracy jako konstrukcji wsporczych pod instalacje radiokomunikacyjne. Wówczas wieże te wymagają wzmocnienia poszczególnych elementów konstrukcyjnych, przede wszystkim krawężników oraz elementów skratowania. Przy projektowaniu wzmocnienia należy mieć pewność co do sposobu pracy oraz precyzyjnie ocenić jego efektywność. Jest to istotne z punktu widzenia utrzymania niezawodności infrastruktury telekomunikacyjnej, a co za tym idzie nieprzerwanej pracy sieci.

Często spotykanym w praktyce inżynierskiej sposobem wzmacniania elementów wież kratowych, wykonanych z kątowników oraz ceowników, jest rozbudowa do przekroju bliskogałęziowego [1 ÷ 6]. Procedury projektowania elementów bliskogałęziowych opisane w Eurokodach [7], dotyczą-

¹⁾ Politechnika Łódzka, Wydział Budownictwa, Architektury i Inżynierii Środowiska

²⁾ Compact-Project.PL Sp. z o.o.

^{*)} Correspondence address: jacek.szafran@p.lodz.pl

culation procedures for the design of closely spaced built-up members described in the Eurocodes [7], concerning the way in which the elements of the member are connected to each other and the spacing between these connections, are limited to a few basic solutions and are determined by the radius of gyration of one of the element of the member. The reinforcement of steel towers is associated with a number of technological constraints, e.g. due to the considerable height of the assembly work and the impossibility of completely removing the load from the reinforced elements. In such situation, it may be very difficult or even technologically impossible to meet the standards' requirements, which is why solutions that differ slightly from the standards' regulations are frequently encountered in engineering practice. The purpose of this article is to discuss one such solution and to analyze the effect of the spacing of bolted interconnections between elements of the closely spaced built-up member, created by strengthening the bracing of a lattice tower, on the buckling mode, the value of the critical force and the distribution and value of equivalent stresses.

Structure under consideration

The tower, on which the analyzed cross-bracing reinforcement was performed is a steel lattice tower with a cross-section being an equilateral triangular and with a height of 50.0 m. The core comprises 5 segments, each 10.0 m high (Figure 1). The tower has a constant taper over its entire height and forms a truncated pyramid with a base side of 4.4 m and a top side of 1.4 m. All segments have a single (triangular) bracing pattern. The tower legs are made of equal angles, while the bracing is made of cold-formed channel sections (Table 1).

Existing cross-bracing reinforcement. The bracings of the three lower segments of the tower had been reinforced by adding a second element made of a channel section with the same cross-section as the existing bracing (Photo 1). The interconnections between the reinforced and the reinforcing elements were designed as bolted connections with M12 class 5.8 bolts at approximately 55 cm spacing using 7 mm thick plates. Both channel sections of the closely spaced built-up members had been connected to the tower legs using gusset plates.

Analysis according to Standards

Determining the load-bearing capacity of compression members according to the European standards involves verifying the section capacity and analyzing the loss of stability of the element. However, it should be noted that the application of the formulae and rules of the standards requires a number of assumptions to be met in order to guarantee the accuracy of the results obtained and an adequate level of safety of the analyzed structure. It is therefore quite simple and quick to estimate, on the basis of the standards, the load-bearing capacity of newly designed elements and those made of basic cross-sections used in civil engi-

ce sposobu łączenia ze sobą gałęzi przekroju bliskogałęziowego oraz rozstawu pomiędzy tymi połączeniami, ograniczają się do kilku podstawowych rozwiązań i są uzależnione od promienia bezwładności jednej z gałęzi przekroju. Wzmacnianie wież stalowych wiąże się z wieloma ograniczeniami technologicznymi, m.in. ze względu na znaczną wysokość prowadzenia prac montażowych oraz brak możliwości całkowitego odciążenia wzmacnianych elementów. W takiej sytuacji spełnienie warunków norm może okazać się bardzo trudne, a nawet technologicznie niemożliwe, dlatego też w praktyce inżynierskiej często spotyka się rozwiązania różniące się nieco od przepisów normowych. Celem artykułu jest omówienie jednego z tego typu rozwiązań oraz analiza wpływu rozstawu połączeń śrubowych pomiędzy gałęziami przekroju bliskogałęziowego, powstałego na skutek wzmocnienia krzyżulców wieży kratowej, na postać wyboczenia, wartość siły krytycznej oraz rozkład i wartość naprężeń równoważnych w elemencie.

Analizowany przypadek

Wieża, na której zrealizowano analizowane wzmocnienie krzyżulców, jest kratowa, o przekroju trójkątnym równobocznym i wysokości 50,0 m. Trzon złożony jest z pięciu segmentów, o wysokości 10,0 m każdy (rysunek 1). Wieża ma stałą zbieżność na całej wysokości i tworzy ostrosłup ścięty o wymiarach boku 4,4 m u podstawy oraz 1,4 m na szczycie. Skratowanie ścian wieży we wszystkich segmentach pojedyncze. Krawężniki wieży wykonane zostały z kątowników równoramiennych, skratowanie natomiast z zimmogiętych ceowników (tabela 1).

Istniejące wzmocnienie krzyżulców. Krzyżulce w trzech dolnych segmentach wieży (S-3, S-4 i S-5) zostały wzmocnione przez dodanie drugiej gałęzi wykonanej z ceownika o takim samym przekroju jak istniejący krzyżulec (fotografia 1). Połączenia pomiędzy gałęzią wzmocnioną a wzmacniającą zaprojektowano na śruby M12 kl. 5.8, w rozstawie co ok. 55 cm z wykorzystaniem blach o grubości 7 mm. Obie gałęzie przekroju połączone z krawężnikami wieży za pomocą blach węzłowych.

Podejście normowe

Wyznaczanie nośności elementów ściskanych zgodnie z zapisem norm europejskich polega na sprawdzeniu nośności przekroju oraz analizie utraty stateczności elementu. Należy jednak podkreślić, że stosowanie wzorów i reguł normowych wymaga spełnienia wielu założeń, gwarantujących poprawność uzyskanych wyników oraz odpowiedni poziom bezpieczeństwa analizowanej konstrukcji. Dostyc łatwe i szybkie jest zatem oszacowanie, na podstawie norm, nośności elementów nowo projektowanych oraz wykonanych z podstawowych przekrojów stosowanych w budownictwie. Sytuacja jest nieco bardziej skom-

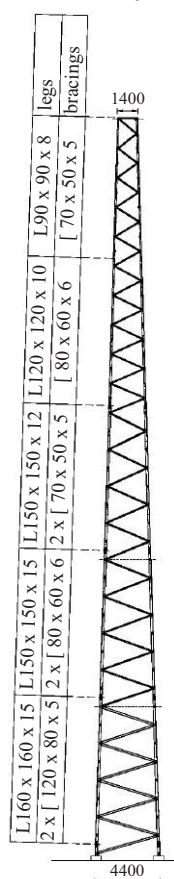


Fig. 1. Scheme of the lattice tower structure, dimensions in mm

Rys. 1. Schemat konstrukcji wieży kratowej, wymiary w mm

neering. The situation is rather more complicated in the case of structures built several decades ago, according to withdrawn standards, and often on the basis of the designer's individual analysis. The design of structural reinforcement, where a number of assembly,

technological and economic aspects must additionally be taken into account, is also considerably more complex. In order to determine the optimum value of the load-bearing capacity of such an element, which is as close as possible to the actual one, and at the same time safe, some kind of adaptation of the standard regulations with the use of the designer's experience, principles of construction art and experimental or numerical analysis is necessary.

Closely spaced built-up members described in European standards. European standards do not provide explicit guidance on how to determine the resistance of reinforced compression members, even though reinforcing these elements by extension of the cross-section is common in engineering practice. The standard [7] only describes methods for built-up compression members made of several identical elements connected to each other in a specific way. Elements of uniform built-up compression members should be laced or battened, while elements of a closely spaced built-up members (Figure 2) should be in contact or connected through packing plates or pairs of battens in two perpendicular planes. An additional condition also relates to the maximum spacing for interconnections between elements of closely spaced built-up members, the fulfilment of which allows to neglect the effect of shear stiffness when calculating the buckling capacity of the element. This spacing is respectively $15 i_{min}$ for bolted or welded interconnections and $70 i_{min}$ for battens, where i_{min} is the minimum radius of gyration of one element.

It should be noted that these cases described in the standard apply to newly designed elements, whereas the strengthening of existing structures involves a number of additional constraints. As a rule, the assembly of the reinforcement takes place under the operating conditions of the structure, so it is not possible to completely remove the load from the reinforced elements. In addition, in the case of high structures such as telecommunications towers, there is a number of technological constraints.

Table 1. List of the basic elements of the tower structure

Tabela 1. Zestawienie podstawowych elementów konstrukcji wieży

Segment/Segment	Cross-section/Przekrój poprzeczny		Bolts in individual segments (legs/cross-bracings)/ Śruby w poszczególnych segmentach (krawężniki/ skratowanie)
	legs/krawężników	bracing krzyżulców	
S-1 (top of the tower)/ S-1 (szczyt wieży)	L 90 x 90 x 8	C 70 x 50 x 5	M16/M16
S-2	L 120 x 120 x 10	C 80 x 60 x 6	M16/M16
S-3	L 150 x 150 x 12	2 C 70 x 50 x 5	M16/M16
S-4	L 150 x 150 x 15	2 C 80 x 60 x 6	M16/M16
S-5 (base of the tower)/ S-5 (podstawa wieży)	L 160 x 160 x 15	2 C 120 x 80 x 5	M20/M20



Fot. 1. Existing bracing reinforcement
Fot. 1. Istniejące wzmocnienie krzyżulców

uwzględniać wiele aspektów wykonawczych, technologicznych oraz ekonomicznych, jest również znacznie bardziej złożone. Chcąc wyznaczyć optymalną, jak najbardziej zbliżoną do rzeczywistej, a jednocześnie bezpieczną wartość nośności takiego elementu konieczna jest pewnego rodzaju adaptacja przepisów normowych z wykorzystaniem doświadczenia projektanta, zasad sztuki budowlanej oraz analiz eksperymentalnych czy numerycznych.

Przekroje złożone opisane w normach europejskich. Normy europejskie nie zawierają jednoznacznych wytycznych dotyczących sposobu wyznaczania nośności wzmocnianych elementów ściskanych, mimo że wzmocnianie tych elementów przez rozbudowę przekroju poprzecznego jest powszechnie stosowane w praktyce inżynierskiej. W normie [7] opisane są jedynie metody dotyczące przekrojów złożonych o kilku jednakowych gałęziach, połączonych ze sobą w ściśle określony sposób. Gałęzie słupów złożonych powinny być połączone za pośrednictwem skratowania lub przewiązek, natomiast elementów bliskogałęziowych (rysunek 2) w sposób przylgowy za pomocą przekładek dystansowych lub przewiązek krzyżowo ustawionych. Dodatkowy warunek dotyczy maksymalnego rozstawu połączeń między gałęziami elementów złożonych bliskogałęziowych, którego spełnienie pozwala na pominięcie podatności postaciowej przy obliczeniu nośności elementu na wyobczenie. Rozstaw ten wynosi odpowiednio $15 i_{min}$ w przypadku połączeń śrubowych lub spawanych oraz $70 i_{min}$ w przypadku przewiązek, gdzie i_{min} jest minimalnym promieniem bezwładności jednej gałęzi.

Należy zaznaczyć, że te opisane w normie przypadki dotyczą elementów nowo projektowanych, podczas gdy wzmocnianie istniejących konstrukcji wiąże się z dodatkowymi ograniczeniami. Montaż wzmocnienia odbywa się z reguły w warunkach eksploatacji

konstrukcji, a więc niemożliwe jest pełne odciążenie elementów wzmocnianych. Dodatkowo, w przypadku konstrukcji wysokich, jakimi są wieże telekomunikacyjne, występuje wie-

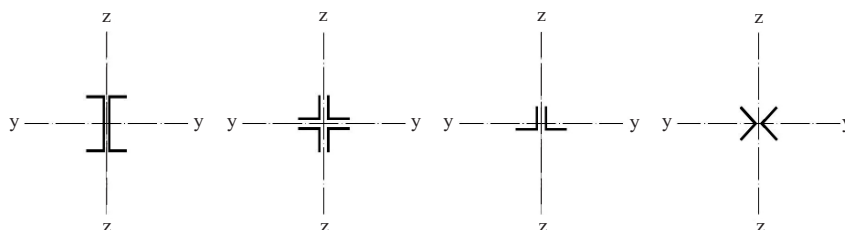


Fig. 2. Closely spaced built-up members according to [7]

Rys. 2. Elementy bliskogałęziowe wg normy [7]

ints related to the difficulty of performing certain operations. For example, at a considerable height, welding, which ensures the durable connection of the elements and the proper distribution of forces between them, is problematic.

Analysis of Standards conditions. An analysis of compliance with the standard guidelines and subsequent numerical analysis were carried out on the reinforced cross-bracing of the lower tower segment with a length of approximately 4.14 m, made from two C120 x 80 x 5 cold-formed channel sections. While the analyzed reinforcement is typical in terms of the cross-sections of the reinforcing elements used and the way in which they are connected to the reinforced elements (packing plates), the spacing of the interconnections between the elements is greater than the maximum spacing specified by the standard [7] (Table 2).

Another concern regarding the applicability of the standards' regulations in the case under analysis is that these rules apply to newly designed members, i.e. when the load is applied from the beginning to all elements of the closely spaced built-up member. Reinforcements of telecommunications towers are executed during their operation, when these towers perform their function as support structures for telecommunications equipment. This means that at the time of assembling an additional element there was a certain state of stress in the existing cross-bracing caused, among other things, by the effects of wind on the structure and equipment, or by the dead weight of the mounted installation. Of course, structural reinforcement should not be carried out in unfavorable weather conditions. Current regulations prohibit installation work at wind speeds greater than 10 m/s, in order to ensure the safety of installers, as well as to minimize the impact of external loads on the structure. Due to the duration of assembly work and the likelihood of unforeseen weather changes, it is not possible to completely eliminate the wind impacts.

Numerical analysis using CBFEM

In order to verify the influence of the spacing of interconnections between the elements of the closely spaced built-up member, the reinforced cross-bracing was modeled in IDEA StatiCa Member, a software for conducting complex stability analyses of individual structural elements, taking into account, among other things, the influence of geometric imperfections, material nonlinearities or finite rotational stiffness of connections [8]. The software is based on the Component Based Finite Element Method – CBFEM. According to this method, the analyzed elements were modeled using 4-node quadrangle shell finite elements with nodes at its corners with six degrees of freedom at each node – three translations (u_x , u_y , u_z) and three rotations (φ_x , φ_y , φ_z) [9]. In the stress analyses carried out, an elastic-plastic model

was used, which takes into account the limitations of technological constraints related to the difficulty of performing certain operations. For example, at a considerable height, welding, which ensures the durable connection of the elements and the proper distribution of forces between them, is problematic.

Analiza warunków normowych. Analizie zgodności z wytycznymi normowymi oraz późniejszym analizom numerycznym poddano wzmocniony krzyżulec dolnego segmentu wieży o długości ok. 4,14 m, wykonany z dwóch ceowników zimnogiętych C120 x 80 x 5. O ile analizowane wzmocnienie jest typowe pod względem zastosowanych przekrojów elementów wzmacniających oraz sposobu ich połączenia z elementami wzmacnianymi (przekładki dystansowe), o tyle rozstaw zrealizowanych połączeń pomiędzy gałęziami jest większy niż maksymalny rozstaw wskazany przez normę [7] (tabela 2).

Kolejną wątpliwość w analizowanym przypadku, dotyczącą stosowania przepisów normowych, powoduje fakt, że reguły te dotyczą elementów nowo projektowanych, czyli sytuacji, gdy obciążenie przyłożone jest od początku do wszystkich gałęzi przekroju złożonego. Wzmocnienie wieży telekomunikacyjnych wykonuje się podczas ich eksploatacji, gdy te pełnią swoją funkcję konstrukcji wsporczych pod urządzenia teletechniczne. Oznacza to, że w momencie montażu dodatkowej gałęzi w istniejącym ceowniku występował pewien stan naprężenia wywołany m.in. oddziaływaniem wiatru na konstrukcję oraz urządzenia, czy też ciężarem własnym zamontowanej instalacji. Oczywiście wzmocnienia konstrukcji nie należy wykonywać w niesprzyjających warunkach atmosferycznych. Obowiązujące przepisy zabraniają wykonywania prac montażowych przy prędkości wiatru większej niż 10 m/s, co ma na celu zapewnienie bezpieczeństwa osobom montującym, jak również zminimalizowanie wpływu obciążeń zewnętrznych na konstrukcję. Ze względu na czas trwania prac montażowych oraz możliwość wystąpienia nieprzewidzianych zmian pogody nie jest jednak możliwe całkowite wyeliminowanie oddziaływań klimatycznych.

Table 2. Characteristics of the analyzed closely spaced built-up cross-section

Tabela 2. Charakterystyki analizowanego przekroju bliskogałęziowego

Cross-section/ Przekrój	Radius of gyration i_{min} /Promień bezwładności i_{min}	Maximum spacing between interconnections permitted by the standard $15 i_{min}$ /Maksymalny dopuszczony przez normę rozstaw połączeń $15 i_{min}$	Spacing between interconnections in analyzed member/Rzeczywisty rozstaw połączeń
C120 x 80 x 5	2.57 cm	38.55 cm	55.0 cm

Analiza numeryczna CBFEM

W celu weryfikacji wpływu rozstawu połączeń pomiędzy elementami przekroju bliskogałęziowego, wzmocniony krzyżulec zamodelowano w programie IDEA StatiCa Member, służącym do przeprowadzania złożonych analiz stateczności poszczególnych elementów konstrukcji, uwzględniających m.in. wpływ imperfekcji geometrycznych, nieliniowości materiałowych czy skończonej sztywności obrotowej węzłów [8]. Program bazuje na komponentowej Metodzie Elementów Skończonych – CBFEM (*Component Based Finite Element Method*). Zgodnie z tą metodą analizowane elementy zamodelowano jako powłokowe, o czworokątnych elementach skończonych z sześcioma stopniami swobody w każdym węzle – trzema translacjami (u_x , u_y , u_z) i trzema obrotami (φ_x , φ_y , φ_z) [9]. W przeprowadzonych analizach naprężeniowych wykorzystano

of steel was used. The analysis for each of the created models was conducted in three stages. It began with Materially Non-linear Analysis (MNA), followed by Linear Buckling Analysis (LBA), and concluded with the most complex analysis, Geometrically and Materially Non-linear Analysis with Imperfections (GMNIA). Equivalent stress distribution and maximum values in the individual components of the models, the shape and magnitude of the deformation as well as the buckling modes and the values of the critical forces were examined.

Materially nonlinear and geometrically linear analysis (MNA) is characterized by a limited range of applicability, related to the slenderness of the analyzed elements and susceptibility to local and global loss of stability [10, 11]. This type of analysis takes into account nonlinearities of the model material, but neglects buckling parameters or geometric imperfections. Its results formed the basis for LBA and GMNIA analyses.

Linear buckling analysis (LBA) was applied to determine several most probable buckling modes based on the Lanczos algorithm [12]. At this stage of the analysis, the structure was considered ideal, both in terms of geometry (neglecting the geometric imperfections of the system) and material (assuming a perfectly elastic steel model) [13]. For each of the determined buckling modes, the α_{cr} coefficient, expressing the ratio of the elastic critical force of the member to the load value applied to the analyzed calculation case, was determined.

Geometrically and materially nonlinear analysis with imperfections (GMNIA) represents the most complex type of analysis for static loads [14]. At this point, both material and geometric nonlinearities were taken into account, resulting in the most accurate possible determination of the actual stress distribution in the member and its response to a load applied. A key aspect of obtaining correct results of GMNIA analysis was the assumption of appropriate values, shape and direction of equivalent geometric imperfections substituting for all imperfections of the considered system, such as, among others, initial deformations, residual stresses, assembly inaccuracy or material inhomogeneity, appearing at the stage of prefabrication and assembly of the structure, and affecting the buckling capacity of the elements [14, 15]. In this article, the maximum amplitude of equivalent geometric imperfections was determined for selected (most probable) buckling modes, based on the guidelines of the standard [7]. Local bow imperfections, inserted as input parameters of the analysis, were determined as $L/150$, where L – the length of the considered element. As a result, bow imperfections equal to 27 mm were obtained for the analyzed case.

Calculational models

Four calculational models (Figure 3) differing in the spacing of bolted interconnections between channel sections were created. Model 1 corresponded to an actual reinforced cross-bracing with a spacing of interconnections of approximately 0.55 meters. Model 2 included three bolted interconnections along the length of the element at a spacing of 1.0 m, and in model 3 one interconnection at half the length of the element was created

no sprężysto-plastyczny model stali. Analizę każdego ze stworzonych modeli przeprowadzono w trzech etapach. Rozpoczęto od nieliniowej analizy materiałowej (*Materially Non-linear Analysis* – MNA), następnie wykonano liniową analizę wyboczeniową (*Linear Buckling Analysis* – LBA), a zakończono najbardziej złożoną analizą, geometrycznie i materiałowo nieliniową (uwzględniającą imperfekcje geometryczne – *Geometrically and Materially Non-linear Analysis with Imperfections* – GMNIA). Dokonano sprawdzenia naprężeń powstających w poszczególnych elementach składowych modeli, ich odkształceń, postaci wyboczenia oraz sił krytycznych.

Analiza materiałowo nieliniowa (MNA) i geometrycznie liniowa charakteryzuje się ograniczonym zakresem stosowania, związanym ze smukłością analizowanych elementów oraz podatnością na lokalną i globalną utratę stateczności [10, 11]. Ten rodzaj analizy uwzględnia nieliniowość materiału modelu, ale nie uwzględnia parametrów wyboczeniowych czy imperfekcji geometrycznych. Jej wyniki stanowiły podstawę do przeprowadzenia analiz LBA oraz GMNIA.

Liniowa analiza wyboczeniowa (LBA) została wykorzystana do wyznaczenia kilku najbardziej prawdopodobnych postaci wyboczenia na podstawie algorytmu Lanczosa [12]. Na tym etapie analizy konstrukcja była rozpatrywana jako idealna, zarówno pod względem geometrii (pominięcie imperfekcji geometrycznych układu), jak i materiału (przyjęcie idealnie sprężystego modelu stali) [13]. W przypadku każdej z wyznaczonych postaci wyboczenia określono współczynnik α_{cr} , wyrażający stosunek sprężystej siły krytycznej elementu do wartości obciążenia zadanej w analizowanym przypadku obliczeniowym.

Geometrycznie i materiałowo nieliniowa analiza z imperfekcjami (GMNIA) stanowi najbardziej złożony typ analizy obciążeń statycznych [14]. Na tym etapie uwzględniono zarówno nieliniowości materiałowe, jak i geometryczne, uzyskując możliwie najbardziej dokładne określenie rzeczywistego rozkładu naprężeń w elemencie i jego odpowiedzi na zadane obciążenie. Kluczowym aspektem otrzymania poprawnych rezultatów analizy GMNIA było przyjęcie odpowiednich wartości kształtu i kierunku ekwiwalentnych imperfekcji geometrycznych zastępujących wszelkie niedoskonałości rozpatrywanego układu, takie jak m.in. deformacje wstępne, naprężenia szcztkowe, niedokładność montażu czy niejednorodność materiału, pojawiające się na etapie prefabrykacji i montażu konstrukcji, a mające wpływ na nośność wyboczeniową elementów [14, 15]. W artykule maksymalną amplitudę ekwiwalentnych imperfekcji geometrycznych ustalono w przypadku wybranych (najbardziej prawdopodobnych) postaci wyboczenia, zgodnie z wytycznymi normy [7]. Łukowe imperfekcje lokalne, wprowadzane jako parametry wejściowe analizy, ustalono jako $L/150$, gdzie L – długość rozpatrywanego elementu. W rezultacie w analizowanym przypadku otrzymano łukowe imperfekcje wynoszące 27 mm.

Modele obliczeniowe

Stworzono cztery modele obliczeniowe (rysunek 3) różniące się rozstawem pomiędzy połączeniami śrubowymi łączącymi gałęzie. Model 1 odpowiadał rzeczywistemu, wzmocnionemu krzyżulcowi o rozstawie połączeń równym w przy-

(at a spacing of 2.05 m). In the case of model 4, no interconnections between the elements of the closely spaced built-up member along the length of the cross-bracing were modeled.

Connections between channel sections along the length of the member were modeled using M12 of class 5.8 bolts. Due to technical limitations of the software, packing plates between channels were not modeled. In all the models created, the connections of the element to the theoretical support element were assumed by using an 8 mm thick gusset plate, with M20 class 5.8 bolts (Figure 4.), thus taking into account the effect of the finite stiffness of the connection on the buckling length of the member. The initial stiffness was determined according to the standard [16]. Both the connections between channel sections and the connections to the theoretical support elements were modeled as bolted splice connection without taking into account: bolt preload forces; the effect of friction; and contact stresses. Analysis of the load-bearing capacity of the connections was not the subject of the following analyses and was not carried out. In one of the support elements, all degrees of freedom were blocked, while in the other (to which the compressive force was applied) the possibility of translation in line with the axis of the member was ensured, to enable the transfer of load from the support element to the analyzed cross-bracing. To each of the models created, a compressive force of 40 kN was applied to the node in an iterative manner. The magnitude of the force was adjusted so that in each of the models, all the stages of the analysis were fully performed so that no plasticization of the element or gusset plates occurred at a load of less than 100% of the force. This allowed comparison of the results obtained between models. The members and gusset plates were modeled as made of S235 steel.

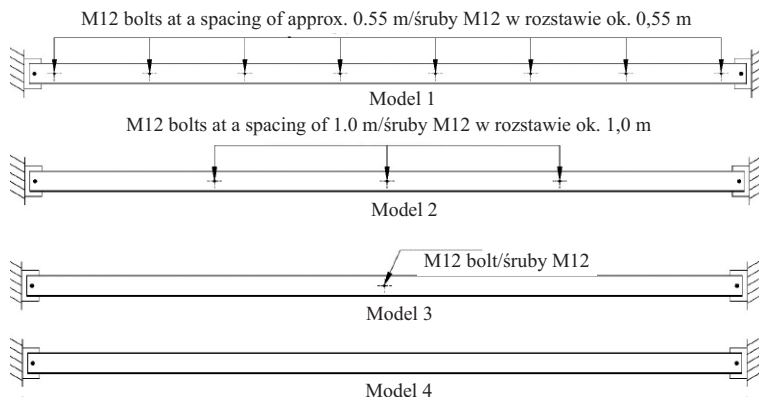


Fig. 3. Calculation models
Rys. 3. Modele obliczeniowe

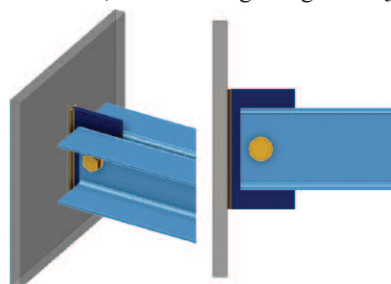


Fig. 4. Connection of the analysed element with the theoretical support element
Rys. 4. Połączenie analizowanego elementu z teoretycznym elementem podporowym

Results

Buckling modes and critical force coefficients were obtained, allowing an approximate assessment of the effect of the number of bolted interconnections on the way in which the stability of the element is lost. In addition, the value and the distribution of equivalent stresses were compared, as well as the shape and magnitude of deformation.

Linear buckling analysis (LBA). Table 3 presents critical force coefficients and critical force values for analyzed calculational models obtained from the linear buckling analysis. Due to the similar values of critical force coefficients

bliznieniu 0,55 m. W modelu 2 przewidziano trzy połączenia śrubowe, na długości elementu, w rozstawie 1,0 m, a w modelu 3 jedno połączenie w połowie długości elementu (w rozstawie 2,05 m). W przypadku modelu 4 nie zamodelowano połączeń pomiędzy gałęziami przekroju na długości krzyżulca.

Połączenia pomiędzy ceownikami na długości elementu wykonano z wykorzystaniem śrub M12 klasy 5.8. Ze względu na ograniczenia techniczne programu nie zamodelowano przekładek pomiędzy ceownikami. We wszystkich modelach przyjęto połączenia elementu z teoretycznym elementem podporowym za pomocą blachy węzłowej o grubości 8 mm, na śruby M20 klasy 5.8 (rysunek 4), uwzględniając w ten sposób wpływ skończonej sztywności połączenia na długość wyboczeniową elementu. Sztywność początkową określono zgodnie z normą [16]. Zarówno połączenia między gałęziami, jak i z teoretycznym elementem podporowym modelowano jako typu dociskowego bez uwzględnienia: sił wstępnego napięcia śruby; wpływu tarcia oraz naprężeń kontaktowych. Analiza nośności połączeń nie była przedmiotem analiz i nie została przeprowadzona. W jednym z elementów podporowych zablokowano wszystkie stopnie swobody, natomiast w drugim (do którego przykładano siłę ściskającą) zapewniono możliwość przesuwu zgodnego z osią pręta, aby umożliwić przekazywanie obciążenia z elementu podporowego na analizowany krzyżulec. Do każdego z utworzonych modeli przyłożono w węzle, w sposób iteracyjny, siłę ściskającą o wartości 40 kN, która została tak dobrana, aby w każdym z modeli wszystkie etapy analizy zostały w pełni przeprowadzone, aby nie doszło do uplastycznienia elementu lub blach węzłowych przy obciążeniu mniejszym niż 100% siły. Pozwoliło to na porównanie uzyskanych rezultatów pomiędzy modelami. Element i blachy węzłowe zamodelowano jako wykonane ze stali S235.

Wyniki

Otrzymano postacie wyboczenia oraz współczynniki sił krytycznych, pozwalające na przybliżoną ocenę wpływu liczby połączeń śrubowych na sposób utraty stateczności elementu oraz wartość siły krytycznej. Dodatkowo porównywano wartość oraz charakter rozkładu naprężeń równoważnych, a także kształt i wielkość deformacji.

Analiza wyboczeniowa (LBA). W tabeli 3 zestawiono wyniki liniowej analizy wyboczeniowej w postaci współczynników siły krytycznej (analiza sprężysta pręta) oraz wartości sił krytycz-

and, consequently, similar values of critical forces, which were determined from the formula:

$$F_{cr} = \alpha_{cr} \cdot N \quad (1)$$

where:

α_{cr} – critical force coefficient;

N – compressive force applied at the node,

Table 3. Critical force coefficients and critical force values for models 1 – 4
Tabela 3. Współczynniki siły krytycznej oraz wartości sił krytycznych w przypadku modeli 1 – 4

Parameters/Parametry	Model 1	Model 2	Model 3	Model 4
Critical force coefficient for the first buckling mode/Współczynnik siły krytycznej w pierwszej postaci wybożenia	8,05	7,22	6,68	6,15
Value of critical force for the first buckling mode [kN]/Siła krytyczna w pierwszej postaci wybożenia [kN]	322,0	288,8	267,2	246,0
Critical force coefficient for the second buckling mode/Współczynnik siły krytycznej w drugiej postaci wybożenia	8,47	7,61	7,61	6,22
Value of critical force for the second buckling mode [kN]/Siła krytyczna w drugiej postaci wybożenia [kN]	338,8	304,4	304,4	248,8

the first two buckling modes for each model were analyzed.

The analysis shows that the smaller the spacing of the interconnections, and thus the greater their number, the greater the critical force. An important observation, in the context of the standard requirements, is that in model 1, corresponding to the actual reinforcement, the mutual deformation of the two channel sections is clearly visible. At no point does their disconnection occur. Despite the reduction in the number of bolts in models 2 and 3, it can be seen that the buckling of the channel sections is also mutual, however, the elastic critical force decreases by approximately 10% and 17 % for models 2 and 3 respectively. When the channel sections are not connected along the length of the member, but only at the supports (model 4), disconnection of the elements occurs (i.e. the distance between the channel sections along the length of the member increases) and the critical force reduces by approximately 24% compared to model 1. For model 1, the first buckling mode is local instability of the channel sections, while in the other cases it is global instability.

Stress analysis (GMNIA). Regardless of the number of interconnections along the length of the member, a concentration of stresses was observed at the joints with support elements. With a reduced number of interconnections between channel sections, it is also possible to observe increased stresses in the vicinity of the fasteners (models 2 and 3). The values of maximum stresses in the cross-bracing, as well as in the entire model (including the gusset plates), are the smallest in model 1, while for models 2 – 4 the stresses reach similar values (Table 4). Comparing the 3D visualizations of the deformations of the models, it can be seen that in the case of models 2 – 4, channel sections separation occurs due to plasticization of the gusset plate of one of the joints with the support element. Model 1 is characterized by deformations that are about 77% smaller compared to model 2. Also, no plasticization of the connection or channel sections separation was observed for model 1.

Summary and conclusions

Based on the numerical analyses performed, it can be concluded that with a decrease in the spacing between the bolted interconnections between the elements of the closely spaced built-up members, the elastic critical force of the element increases. In the case of the reinforced cross-bracing analyzed, the use of a greater

Table 4. The values of maximum stresses for analyzed calculation models

Tabela 4. Wartości naprężeń maksymalnych w analizowanych modelach obliczeniowych

Parameter/Parametr	Model			
	1	2	3	4
Maximum stress value in the cross-bracing [MPa]/Maksymalne naprężenia w analizowanym elemencie [MPa]	180,9	235,3	235,4	235,1
Maximum stress value in the entire model [MPa]/Maksymalne naprężenia w całym modelu [MPa]	202,4	235,5	235,5	235,1

nych w poszczególnych modelach obliczeniowych. Ze względu na zbliżone wartości współczynników sił krytycznych, a w konsekwencji zbliżone wartości sił krytycznych, które zostały wyznaczone z zależności:

$$F_{cr} = \alpha_{cr} \cdot N \quad (1)$$

gdzie:

α_{cr} – współczynnik siły krytycznej;
 N – siła ściskająca zadana w węźle,

przeanalizowano dwie pierwsze postaci wybożenia w każdym modelu.

Analizując wyniki, stwierdzono, że im mniejszy jest rozstaw połączeń, a tym samym większa ich liczba, tym większa jest siła krytyczna. Istotną obserwacją, w kontekście wymagania normowych jest fakt, że w modelu 1, odpowiadającym rzeczywistemu wzmocnieniu, wyraźnie widać wspólną deformację obu gałęzi przy wybożeniu. W żadnym miejscu nie dochodzi do ich rozłączenia. Mimo ograniczenia liczby śrub w modelach 2 oraz 3 można zauważyć, że wybożenie gałęzi również jest wspólne, ale sprężysta siła krytyczna uległa zmniejszeniu o ok. 10% w przypadku modelu 2 i o ok. 17% w przypadku modelu 3. Gdy gałęzie nie są połączone na długości elementu, a jedynie przy podporach (model 4), dochodzi do rozłączenia gałęzi (zwiększenia odległości między gałęziami na długości elementu) oraz redukcji siły krytycznej o ok. 24% w porównaniu z modelem 1. W modelu 1 pierwszą postacią wybożenia jest niestateczność miejscowa elementu, natomiast w pozostałych przypadkach – niestateczność globalna.

Analiza naprężeniowa (GMNIA). Niezależnie od liczby połączeń na długości elementu, koncentrację naprężeń zaobserwowano przy połączeniach z elementami podporowymi. Przy zmniejszonej liczbie połączeń pomiędzy gałęziami możliwe jest zaobserwowanie również zwiększonych naprężeń w okolicy łączników – modele 2 i 3. Wartości maksymalnych naprężeń w krzyżulcu i w całym modelu (łącznie z blachami węzłowymi) są najmniejsze w przypadku modelu 1, natomiast w modelach 2 – 4 naprężenia osiągają wartości zbliżone (tabela 4). Porównując wizualizacje 3D deformacji poszczególnych modeli, można zauważyć, że w przypadku modeli 2 – 4 dochodzi do rozłączenia gałęzi wskutek uplastycznienia blachy węzłowej jednego z połączeń z elementem podporowym. Model 1 charakteryzuje się deformacjami mniejszymi o ok. 77% w porównaniu z modelem 2. W przypadku modelu 1 nie zaobserwowano również uplastycznienia połączenia ani rozdzielenia gałęzi.

Podsumowanie i wnioski

Na podstawie przeprowadzonych analiz numerycznych stwierdzono, że wraz ze zmniejszeniem rozstawu połączeniami śrubowymi elementów bliskogałęziowych zwiększa się sprężysta

spacing of the interconnections between the channel sections than specified in the standard [7] for the condition concerning the possibility of neglecting the shear susceptibility in the buckling capacity calculations did not result in the separate buckling of each channel sections of the member. The spacing of the interconnections also affects the way in which the stability of the element is lost.

Modern design support tools such as IDEA Statica software can be extremely useful in evaluating existing structural reinforcements, as proven by the results of the analyses presented in the article. Due to the technical limitations of the software used regarding the disregard of connection load-bearing capacity in the stability analysis of elements, the results obtained can only be used for a preliminary assessment of the element's behavior under compressive loading and comparison of the models with each other. These results are not sufficient to determine the load-bearing capacity of the members, since in the case of connections with a quite low load-bearing capacity, buckling of the element will be preceded by shearing of the bolts. Therefore, in order to determine the load-bearing capacity of the analyzed member, it would be additionally necessary to carry out a detailed analysis of the load-bearing capacity of the connections between the channel sections as well as the connections at the ends of analyzed cross-bracing, taking into account, among other things, the influence of contact stresses and frictional forces. It is also important to validate the accuracy of the models and the assumptions made in the analyses described by conducting appropriate real-scale experimental research. Models in experimental analyses do not need to employ as many simplifications as numerical models. As a consequence, their results are accurate and take into account the influence of, for example, the load-bearing capacity of the connections on the ultimate load of the element and its buckling mode.

Conducting full-scale experimental studies appears to be a key issue and particularly important in light of the lack of standard guidelines aimed at designing reinforcements for telecommunications structures.

Received: 25.11.2024
Revised: 02.01.2025
Published: 21.02.2025

Literature

- [1] Zamorowski J, Gremza G. Wzmacnianie kratowych konstrukcji typu wieżowego. XXXI Ogólnopolskie warsztaty pracy projektanta konstrukcji, Szczyrk, 24-27 lutego 2016 r., s. 481-558.
- [2] Skwarek M, Tomska D, Hulimka J, Kozłowski M. Problemy wzmacniania stalowych, kratownicowych wież telekomunikacyjnych, XXVI Konferencja Naukowo-Techniczna Awary Budowlane, 2013.
- [3] Lu C, Ma X, Mills JE. Modeling of retrofitted steel transmission towers. Journal of Constructional Steel Research. 2015; <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2015.04.005>.
- [4] Zhuge Y, Mills JE, Ma X. Modelling of steel lattice tower angle legs reinforced for increased load capacity. Engineering Structures. 2012; <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2012.05.017>.
- [5] Qu S, Zhang B, Guo Y, Sun Q, Wang Y. Ultimate strength of pinned-end dual-angle cross combined section columns under axial compression. Thin-Walled Structures. 2020; <https://doi.org/10.1016/j.tws.2020.107062>.
- [6] Gremza G. Analiza efektywności wzmacnienia ściskanego pręta z kątownika drugim kątownikiem. Budownictwo. 2018; <https://doi.org/10.17512/znb.2017.1.09>.
- [7] PN EN 1993-1-1 Projektowanie konstrukcji stalowych – Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków. 2006. Polski Komitet Normalizacyjny.
- [8] Idea StatiCa, IDEA StatiCa Member – Member stability Theoretical Background <https://www.ideastatica.com/support-center/idea-statica-member-theoretical-background>, 2024 (accessed 28 August 2024).

siła krytyczna elementu. W analizowanym przypadku wzmocnionego krzyżulca zastosowanie rozstawu połączeń pomiędzy gałęziami większego niż wskazany w normie [7], w przypadku warunku dotyczącego możliwości pominięcia podatności postaciowej w toku obliczeniowym, nie spowodowało osobnej pracy każdej z gałęzi przekroju. Rozstaw łączników wpływa także na sposób utraty stateczności elementu.

Nowoczesne narzędzia wspomagania projektowania, takie jak np. oprogramowanie IDEA Statica, mogą być niezwykle użyteczne przy ocenie istniejących wzmocnień konstrukcji, czego dowodem są zaprezentowane w artykule rezultaty przeprowadzonych analiz. Ze względu na ograniczenia techniczne wykorzystanego oprogramowania, dotyczące nieuwzględnienia nośności połączeń w analizie stateczności elementu, uzyskane wyniki mogą posłużyć jedynie do wstępnej oceny zachowania się elementu przy obciążeniu siłą ściskającą i porównania modeli między sobą. Rezultaty te nie są wystarczające do określenia nośności elementów, ponieważ w przypadku połączeń o dosyć małej nośności, wyboczenie elementu będzie poprzedzone ścięciem śrub. W związku z tym, w celu określenia nośności analizowanego elementu, należałoby dodatkowo przeprowadzić szczegółową analizę nośności połączeń pomiędzy gałęziami elementu oraz na jego końcach z uwzględnieniem m.in. wpływu naprężeń kontaktowych oraz siły tarcia. Istotna jest również weryfikacja poprawności modeli oraz założeń przyjętych w opisanych w pracy analizach przez przeprowadzenie odpowiednich badań eksperymentalnych w skali rzeczywistej. Modele w analizach doświadczalnych nie wymagają przyjmowania tylu uproszczeń, co modele numeryczne. Dzięki temu ich rezultaty są dokładne i uwzględniają wpływ m.in. nośności połączeń na graniczną wartość obciążenia elementu oraz postać jego wyboczenia.

Wykonanie pełnoskalowych badań eksperymentalnych wydaje się kwestią kluczową i szczególnie istotną w świetle braku normowych wytycznych, ukierunkowanych na projektowanie wzmocnień konstrukcji telekomunikacyjnych.

Artykuł wpłynął do redakcji: 25.11.2024 r.
Otrzymano poprawiony po recenzjach: 02.01.2025 r.
Opublikowano: 21.02.2025 r.

- [9] Wald F. et al. Component-based finite element design of steel connections. Czech Technical University. Prague; 2021.
- [10] Słowiński K, Piekarczyk M, Dybel P. Effect of simplified wind girder modelling on MNA-LBA analysis of open steel tanks. International Journal of Pressure Vessels and Piping. 2023; <https://doi.org/10.1016/j.ijpvp.2023.104941>.
- [11] Dowswell B, Vild M. Linear buckling analysis in the design of bracket plates. ce/papers EUROSTEEL. 2023; <https://doi.org/10.1002/cepa.2631>.
- [12] Lanczos C. An iteration method for the solution of the eigenvalue problem of linear differential and integral operators. Journal of Research of the National Bureau of Standards. 1950; 45: 255 – 282.
- [13] Der B, Wald F, Vild M. Fire design of steel member by component-based finite element method. ce/papers. 2024; <https://doi.org/10.1002/cepa.3020>.
- [14] Vild M, Chalupa V, Šabatka L, Wald F. Advanced analysis of members with gusset plate joints. Modern Trends In Research on Steel, Aluminium and Composite Structures. 2021; <https://doi.org/10.1201/9781003132134-48>.
- [15] Slack H, Walport F, Chan HU, Wade A, Gardner L. A consistent approach to the definition of initial geometric imperfections for in-plane stability design of steel moment frames. Structures. 2024; <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2024.106596>.
- [16] PN EN 1993-1-8 Projektowanie konstrukcji stalowych – Część 1-8: Projektowanie węzłów. 2006. Polski Komitet Normalizacyjny.