

dr inż. Aleksander Grabowski¹⁾
ORCID: 0000-0003-0062-0712

Analysis of the deformation mechanism of granular material in a direct shear test using the Discrete Element Method

Analiza mechanizmu deformacji materiału sypkiego w teście w aparacie bezpośredniego ścinania z wykorzystaniem Metody Elementów Dyskretnych

DOI: 10.15199/33.2025.04.03

Abstract: This study presents the results of DEM simulations of granular material shearing in a direct shear apparatus. The calibration procedure of the discrete model is described, together with a detailed analysis of the deformation mechanism at the grain scale. Parameters such as grain displacements, rotations, and contact forces are investigated. The results confirm that DEM effectively reproduces the behavior of non-cohesive soils under various initial conditions and allows a detailed analysis of the internal mechanisms occurring within them.

Keywords: granular material; soil shearing; geotechnics; Discrete Element Method

Streszczenie: W artykule zawarto wyniki symulacji DEM, obejmujących ścinanie materiału sypkiego w aparacie bezpośredniego ścinania. Przedstawiono procedurę kalibracji modelu dyskretnego oraz szczegółową analizę mechanizmu deformacji na poziomie ziaren. Uwzględniono takie parametry, jak przemieszczenia i obroty ziaren oraz siły kontaktowe. Wyniki potwierdzają, że DEM skutecznie odwzorowuje zachowanie gruntów niespoistych w przypadku różnych warunków początkowych i pozwala na szczegółową analizę procesów zachodzących wewnątrz nich.

Słowa kluczowe: materiał sypki; ścinanie gruntu; geotechnika; Metoda Elementów Dyskretnych.

Currently, the most commonly used approach to analyze the behavior of granular materials is based on continuum mechanics. In the case of the Finite Element Method (FEM), the physical properties of granular materials are averaged at the grain level, and the material itself is treated as a continuous medium – either elastic or elastoplastic [1, 2]. These methods are effective engineering tools for the analysis of real structures; however, the homogenization of granular material properties can lead to certain inaccuracies in the analysis.

For over a decade, particle-based methods, with the Discrete Element Method (DEM) [3] being the most popular, have been gaining increasing acceptance in solving problems related to soil and granular material mechanics. Discrete simulations are often combined with experimental analysis to enhance the data obtained from laboratory tests. Unlike the Finite Element Method, DEM enables a detailed analysis of granular materials at the grain level and allows for capturing local deformations based on interactions between individual particles. This method is particularly well-suited for studying materials with nonlinear, discontinuous, and heterogeneous structures. Unfortunately, in discrete simulations, the scope of analysis is limited by the number of particles and the computational time required for the simulation.

Obecnie najczęściej stosowanym podejściem do analizy zachowania materiałów sypkich są metody bazujące na mechanice kontinuum. W przypadku Metody Elementów Skończonych właściwości fizyczne materiału sypkiego na poziomie ziaren są uśredniane, a sam materiał jest traktowany jako ośrodek ciągły: sprężysty lub sprężysto-plastyczny [1, 2]. Wymienione metody są skutecznym narzędziem w obliczeniach inżynierskich, umożliwiającą analizę rzeczywistych konstrukcji, jednak homogenizacja właściwości materiału sypkiego może prowadzić do pewnych nieścisłości w analizie.

Od kilkunastu lat, metody cząsteczkowe, z Metodą Elementów Dyskretnych (ang: DEM) [3], jako najbardziej znaną, zyskują coraz większą akceptację w rozwiązywaniu problemów z dziedziny mechaniki gruntów i materiałów sypkich. Symulacje dyskretne często są stosowane w połączeniu z analizą eksperymentalną, aby wzbogacić dane uzyskane z badań laboratoryjnych. W przeciwieństwie do Metody Elementów Skończonych, DEM umożliwia szczegółową analizę materiałów sypkich na poziomie ziaren oraz uchwycenie lokalnych deformacji na podstawie interakcji między pojedynczymi elementami. Metoda ta doskonale nadaje się do badania materiałów o nieliniowej, nieciągłej i heterogenicznej strukturze. Niestety, w przypadku obliczeń wykonywanych w środowisku dyskretnym, zakres analizy jest ograniczony przez liczbę cząsteczek oraz czas trwania symulacji.

W artykule opisano wykorzystanie Metody Elementów Dyskretnych do symulacji powszechnie wykonywanego te-

¹⁾ Politechnika Gdańska, Wydział Inżynierii Lądowej i Środowiska; aleksander.grabowski@pg.edu.pl

This article describes the use of the discrete element method to simulate a widely used direct shear test. This is a standard laboratory method for determining the shear strength of soil. Numerous experimental and numerical studies confirm that this remains a significant scientific problem requiring further analysis [4÷6]. The objective of the present analysis is to obtain detailed data that will improve the understanding of the mechanisms that occur within deforming granular materials at the grain level, particularly inside the shear zone. In addition, the article aims to introduce the basics of the Discrete Element Method, which is rarely described in the Polish scientific literature.

Discrete Element Method

This method was proposed in the 1970s by Cundall and Strack [3] to solve geotechnical problems. It is increasingly applied in various technical and scientific fields but is still not considered a standard tool in geotechnical engineering [7]. In this method, granular materials are modeled as assemblies of discrete particles, and the motion of each particle and the interactions between the particles, including the forces acting between them, are governed by Newton's second law. During simulations, the behavior of the particles is described by two vector equations of motion: translational and rotational, expressed as:

$$F = m\ddot{x} - g \quad (1)$$

$$M = I\dot{\omega} \quad (2)$$

where:

F – resultant force acting on the element;

m – mass of the element;

\ddot{x} – acceleration of the element;

g – gravitational force;

M – resultant torque acting on the element;

I – moment of inertia of the element;

$\dot{\omega}$ – angular velocity of the element.

The research presented in this article was carried out using the three-dimensional, open-source YADE software [8, 9]. Typical DEM simulations begin by determining the current positions of particles and identifying their contacts with other particles and boundary elements. The elements are treated as perfectly rigid bodies with deformable contacts, allowing for slight overlaps between grains. Intertparticle forces are calculated at contact points based on local constitutive laws. Figure 1 illustrates an example of two particles in contact with contact forces at time t . These forces, together with external forces (e.g., gravity), are then used to update the kinematics of the elements using motion equations (1) and (2), advancing the analysis to the next time step. The DEM employs an explicit time-integration scheme for solving

stu w aparacie ścinania bezpośredniego. Jest to standardowa metoda laboratoryjna służąca do określania wytrzymałości gruntu na ścinanie. Liczne badania eksperymentalne oraz numeryczne dowodzą, że jest to wciąż istotny problem naukowy, wymagający dalszych analiz [4÷6]. Celem zaprezentowanej analizy jest uzyskanie szczegółowych danych, które pozwolą na lepsze zrozumienie mechanizmów zachodzących w deformującym się materiale sypkim na poziomie ziaren, a przede wszystkim wewnątrz strefy ścinania. Dodatkowo artykuł ma na celu przybliżenie podstaw Metody Elementów Dyskretnych, która w polskojęzycznej literaturze naukowej jest rzadko opisywana.

Metoda Elementów Dyskretnych

Metoda ta została zaproponowana w latach siedemdziesiątych XX wieku przez Cundalla i Stracka [3] w celu rozwiązywania problemów z dziedziny geotechniki. Jest ona stosowana w coraz szerszym zakresie branż technicznych i naukowych, ale wciąż nie należy do typowych narzędzi używanych w inżynierii geotechnicznej [7]. W tej metodzie materiały sypkie są modelowane jako zbiory dyskretnych ziaren, a ruch każdej cząstki oraz interakcje między ziarnami, uwzględniające występujące między nimi siły, określa druga zasada Newtona.

Podczas symulacji zachowanie cząsteczek opisuje się za pomocą dwóch równań ruchu wektorowego ziaren: translacyjnego i obrotowego, wyrażonych jako:

$$F = m\ddot{x} - g \quad (1)$$

$$M = I\dot{\omega} \quad (2)$$

gdzie:

F – wypadkowa siła działająca na element;

m – masa elementu;

\ddot{x} – przyspieszenie elementu;

g – siła spowodowana przyspieszeniem ziemskim;

M – wypadkowy moment obrotowy działający na element;

I – moment bezwładności elementu;

$\dot{\omega}$ – prędkość kątowna elementu.

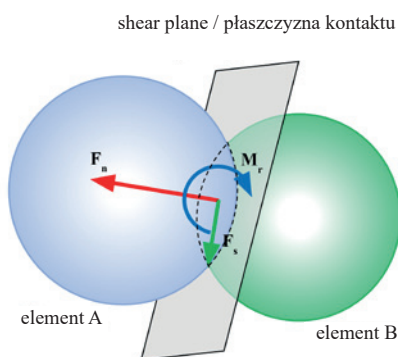


Fig. 1. Contact forces between two discrete elements in the DEM model

Rys. 1. Siły kontaktowe między dwoma elementami dyskretnymi w modelu DEM

Badania zaprezentowane w artykule zostały wykonane w trójwymiarowym, otwartym środowisku YADE [8, 9]. Typowe obliczenia DEM rozpoczynają się od określenia bieżących pozycji ziaren oraz zidentyfikowania ich kontaktów z innymi ziarnami i elementami brzegowymi. Elementy traktowane są jako ciała idealnie sztywne, z odkształcalnymi kontaktami, co umożliwia nieznaczące wzajemne nachodzenie na siebie ziaren. Siły międzycząsteczkowe obliczane są w punktach kontaktowych na podstawie lokalnych praw konstytutywnych. Rysunek 1 przedstawia przykład dwóch ziaren w kontakcie z siłami kontaktowymi w czasie t . Siły te, wraz z siłami

the equations of motion. When a collision occurs between two elements, the values of the normal contact force F_n , the tangential contact force F_s and the contact moment M are calculated according to the following formulas:

$$F_n = K_n \cdot u_n \cdot n \quad (3)$$

$$F_s = F_{s,prev} + \Delta F_s, \text{ gdzie } \Delta F_s = K_s \cdot \Delta u_s \quad (4)$$

$$M = M_{prev} + \Delta M, \text{ gdzie } \Delta M = K_r \cdot \Delta \omega \quad (5)$$

where:

u_n – relative normal displacement;

Δu_s – increment of tangential displacement;

$\Delta \omega$ – increment of rotation between elements.

These forces are determined based on the contact stiffness in the normal direction K_n , tangential direction K_s and rotational direction K_r , according to the following formulas:

$$K_n = E_c \frac{2R_A R_B}{R_A + R_B} \quad (6)$$

$$K_s = v_c E_c \frac{2R_A R_B}{R_A + R_B} \quad (7)$$

$$K_r = \beta \cdot K_s \cdot R_A \cdot R_B \quad (8)$$

where:

E_c – modulus of elasticity of the grain contact;

R_A and R_B – radii of elements A and B;

v_c – shear/normal stiffness ratio of the grain contact;

β – rolling stiffness coefficient.

The value of the tangential force and contact moment is constrained by the Mohr-Coulomb condition:

$$||F_s|| - ||F_n|| \tan \mu_c \leq 0 \quad (9)$$

$$||M|| - \frac{R_A R_B}{2} ||F_n|| \leq 0 \quad (10)$$

where:

μ_c – interparticle friction angle;

η – limit rolling coefficient.

Contact forces do not occur if there is no contact between grains. To perform calculations under quasi-static conditions, the equations of motion include a component with a non-physical damping coefficient (as presented in [1]).

Numerical model and methods

The numerical model of the test is presented in figure 2. The calculations were performed using a model of a cohesionless soil in the form of quartz sand. The mean grain diameter d_{50} was 0.5 mm, with a grain size range of $d = 0.25 - 0.75$ mm. The grain size used in the calculations was sufficiently small to capture the local phenomena occurring during sand deformation. The height and width of the sand sample were consistent with the typical dimensions of the shear box used in the direct shear apparatus, measuring 25 mm ($50 \times d_{50}$) and 60 mm ($120 \times d_{50}$), respectively. The shear box components were

zewnętrzny (np. grawitacją), są następnie wykorzystywane do aktualizacji kinematyki elementów za pomocą równań ruchu 1 i 2, przesuując analizę do następnego kroku czasowego. Metoda DEM wykorzystuje jawny schemat całkowania równań ruchu względem czasu. W przypadku gdy dojdzie do kolizji między dwoma elementami, wartości normalnej siły kontaktowej F_n , stycznej siły kontaktowej F_s oraz momentu kontaktowego M oblicza się zgodnie z wzorami:

$$F_n = K_n \cdot u_n \cdot n \quad (3)$$

$$F_s = F_{s,prev} + \Delta F_s, \text{ gdzie } \Delta F_s = K_s \cdot \Delta u_s \quad (4)$$

$$M = M_{prev} + \Delta M, \text{ gdzie } \Delta M = K_r \cdot \Delta \omega \quad (5)$$

gdzie:

u_n – względne normalne przemieszczenie;

Δu_s – przyrost przemieszczenia stycznego;

$\Delta \omega$ – przyrost obrotu między elementami.

Siły te są wyznaczone na podstawie sztywności kontaktu na kierunku normalnym K_n , stycznym K_s i obrotowym K_r , zgodnie ze wzorami:

$$K_n = E_c \frac{2R_A R_B}{R_A + R_B} \quad (6)$$

$$K_s = v_c E_c \frac{2R_A R_B}{R_A + R_B} \quad (7)$$

$$K_r = \beta \cdot K_s \cdot R_A \cdot R_B \quad (8)$$

gdzie:

E_c – lokalny moduł sprężystości kontaktu;

R_A i R_B – promienie elementów A oraz B;

v_c – lokalny stosunek sztywności stycznej do normalnej kontaktu;

β – współczynnik sztywności obrotowej elementu.

Wartość siły stycznej oraz momentu kontaktowego jest ograniczona warunkiem Mohra-Coulomba:

$$||F_s|| - ||F_n|| \tan \mu_c \leq 0 \quad (9)$$

$$||M|| - \frac{R_A R_B}{2} ||F_n|| \leq 0 \quad (10)$$

gdzie:

μ_c – lokalny kąt tarcia między elementami

η – graniczny współczynnik sztywności obrotowej.

Siły kontaktowe nie występują w przypadku braku kontaktu między ziarnami. W celu przeprowadzenia obliczeń w warunkach quasi-statycznych, w równaniach ruchu uwzględniony jest komponent zawierający niefizyczny współczynnik tłumienia (jak zaprezentowano w [1]).

Model numeryczny oraz metoda badań

Model numeryczny testu przedstawiono na rysunku 2. W obliczeniach posłużono się modelem niespoistego gruntu w postaci piasku kwarcowego. Średnia średnica ziaren d_{50} wynosiła 0,5 mm, a zakres średnicy ziaren $d = 0,25 - 0,75$ mm. Średnica ziaren zastosowanych w obliczeniach była wystarczająco mała,

modeled as rigid and non-deformable wall elements.

In the numerical simulations, the standard procedure of the direct shear test was replicated (photo). This test involves shearing soil subjected to a vertical force that induces uniform vertical stresses within the material. The shear plane forms at the interface between two frames of the shear box as the lower frame is displaced horizontally at a prescribed velocity. The granular material model was created by randomly distributing discrete elements within the

boundaries of the shear box bounded by rigid wall elements. During sample preparation, the discrete elements moved randomly, gradually approaching and compacting to form a stable granular structure while being subjected to a vertical load P applied to the upper frame. To achieve the desired initial porosity, the

friction angle between the grains was varied during compression. This is a standard procedure in DEM analyses, allowing for the generation of samples with different initial porosities [12]. To prepare a medium-dense sand sample, the local friction angle was increased from 0° to 18° . Once the target void ratio of the sand and a negligible kinetic energy level were reached, the upper box started moving horizontally at a constant shear velocity of $v = 0.5$ mm/s, causing a horizontal displacement u . The applied velocity ensured that the test was conducted under quasi-static conditions (with an inertial number $I < 1e - 04$ [10]).

In the present study, the granular material was modeled as a system of spherical grains with rolling resistance (equations 8 and 10). To conduct simulations using this type of grains, it is necessary to determine five key local material parameters: E_c , v_c , μ_c , β and η . Additionally, the grain size and density must be specified. A typical approach for obtaining the values of these parameters involves comparing the macroscopic results of discrete simulations with corresponding experimental data [11, 12]. The final values of discrete parameters depend on various factors, such as the type of soil being studied, the nature of the engineering problem under analysis, and its scale. In practice, the parameters of the discrete model are chosen to replicate the actual behavior of the soil sample. For example, the local contact stiffness modulus E_c is set to accurately reproduce the elastic response of the entire soil matrix. Furthermore, in models composed of spherical grains, parameters such as the rolling stiffness

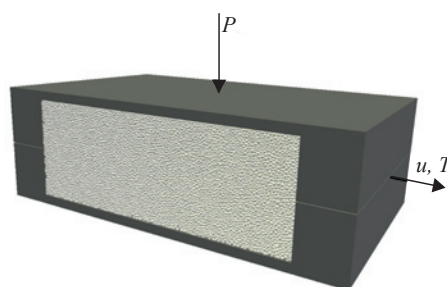


Fig. 2. Three-dimensional view of the numerical model used in discrete calculations

Rys. 2. Trójwymiarowy widok modelu numerycznego użytego w obliczeniach dyskretnych



Laboratory setup used in experiments to calibrate numerical models *Photo: author*
Stanowisko laboratoryjne użyte w badaniach służących do kalibracji modelu numerycznego
Fot. autor

aby precyzyjnie odwzorować lokalne zjawiska zachodzące podczas deformacji piasku. Wysokość i szerokość próbki piasku była zgodna z typową wielkością skrzynki używanej w aparacie bezpośredniego ścinania i wynosiła odpowiednio 25 mm ($50 \times d_{50}$) oraz 60 mm ($120 \times d_{50}$). Elementy skrzynki zostały opisane jako sztywne i nieodkształcalne elementy ścienne.

W symulacjach numerycznych odwzorowano standardową procedurę testu w aparacie bezpośredniego ścinania (fotografia). Test ten polega na ścięciu

gruntu obciążonego siłą pionową wywołującą równomierne naprężenia pionowe w gruncie. Płaszczyzna ścinania powstaje na styku dwóch skrzynek aparatu skrzynkowego w wyniku wymuszenia poziomego ruchu dolnej ramki zadaną prędkością. Model materiału sypkiego został stworzony przez losowe roz-

mieszczenie elementów dyskretnych w obrębie granic skrzynki ograniczonej elementami ściennymi. Podczas przygotowania próbki materiału elementy dyskretne poruszały się losowo, stopniowo zbliżając się i zagęszczając, aby ostatecznie stworzyć stabilną strukturę materiału sypkiego, przy jednoczesnym obciążeniu P , przyłożonym do górnej skrzynki. W celu osiągnięcia zakładanej początkowej porowatości, podczas ściskania zmieniano kąt tarcia między ziarnami. Jest to standardowa procedura w analizach DEM, która umożliwia uzyskanie próbek o różnym początkowym stanie zagęszczenia [12]. W celu przygotowania średnio zagęszczonej próbki piasku zwiększano lokalny kąt tarcia od 0° do 18° . Po osiągnięciu docelowego wskaźnika porowatości piasku oraz pomijalnej wielkości energii kinetycznej układu, górna skrzynka rozpoczęła ruch w kierunku poziomym ze stałą prędkością ścinania $v = 0,5$ mm/s, powodując poziome przesunięcie u . Zastosowana prędkość umożliwiła przeprowadzenie testu w warunkach quasi-statycznych (liczba bezwładności wynosiła $I < 1e - 04$ [10]).

W prezentowanym badaniu materiał sypki został zamodelowany jako układ ziaren sferycznych z tarcieniem obrotowym (równania 8 i 10). Do przeprowadzenia symulacji z wykorzystaniem tego typu ziaren konieczne jest określenie pięciu głównych lokalnych parametrów materiałowych: E_c ; v_c ; μ_c ; β i η . Dodatkowo należy określić wielkość oraz gęstość ziaren. Typowe podejście do wyznaczenia wartości tych parametrów polega na porównaniu makroskopowych wyników symulacji dys-

coefficient β and the limit rolling coefficient η are used to capture grain roughness and irregular shape. It should be emphasized that the adopted discrete model also includes physical parameters, such as the specific gravity of the soil skeleton ρ_s and the grain fraction, which correspond to real values. The discrete simulation results were validated in this study using own laboratory tests conducted in a direct shear apparatus. The basic properties of the sand used in the experiments are summarized in table 1.

The experimental studies were conducted on a medium-dense sand sample ($e_0 = 0.60$). In the case of numerical calculations, additional tests were performed on loose samples ($e_0 = 0.70$ and $e_0 = 0.78$) to verify the accuracy of the model. For all tests, the pressure applied to the sample was $\sigma_c = P/A_s = 48$ kPa, where P represents the vertical force applied to the top platen, and A_s is the area of sheared surface during the test. Figure 3 compares the numerical results with the experimental findings, while table 2 presents a summary of the calibrated discrete parameters based on this comparison. The results demonstrate that the shear strength and volumetric strain curves closely matched the experimental data. The model effectively captured the non-linear behavior of granular materials under shear, for both initially medium-dense and loose samples. A particularly good correlation with experimental studies was observed for the evolution of the stress ratio. On the other hand, in the case of volumetric strains, the values obtained in the discrete analysis were significantly higher (up to 30%) than the experimental values. This discrepancy is typical for simulations of granular materials composed of perfectly spherical particles, as this shape introduces artificial dilatancy into the model [13–15]. Since the applied numerical model consists of spherical grains, it is important to note that this may influence the obtained results, such as the distribution of void ratio or the magnitude of grain rotations within the sample. This is because the deformation of granular materials depends not only on their mechanical properties but also on the shape and size of the grains [16, 17].

Results

The results at the grain level obtained during the shearing of the soil model in the discrete analysis are presented. The analyzed parameters, such as horizontal grain displacements v_x , void ratio e , grain rotations ω , and contact forces between grains, were recorded at three stages of shearing: $u = 2$ mm, $u = 4$ mm, and $u = 6$ mm (final stage of the test). Figures 4–6 show that despite the simple boundary conditions of the test, the behavior of sand during shearing is nonlinear and complex. The DEM is an effective tool for tracking the soil behavior at the level of individual grains. The horizontal displacements of the grains (figure 4) indicate that, at the initial stage, deformation is concentrated near the moving

kretnych z odpowiadającymi im wynikami badań doświadczalnych [11, 12]. Ostateczne wartości parametrów dyskretnych zależą od wielu czynników, takich jak m.in. rodzaj badanego gruntu, charakter analizowanego zagadnienia inżynierskiego oraz jego skala. W praktyce parametry modelu dyskretnego dobiera się w taki sposób, aby odtworzyć rzeczywiste zachowanie próbki gruntu, np. lokalny moduł sprężystości kontaktu E_c jest ustalany tak, aby prawidłowo odzwierciedlać odpowiedź sprężystą całej matrycy gruntu. Ponadto, w modelach składających się z ziaren sferycznych, parametry takie jak współczynnik sztywności obrotowej elementu β oraz graniczny współczynnik sztywności obrotowej η mają za zadanie odwzorować chropowatość oraz nieregularny kształt ziaren. Należy podkreślić, że w przyjętym modelu dyskretnym występują również parametry fizyczne, takie jak gęstość właściwa szkieletu gruntowego ρ_s oraz frakcja ziaren, które są zgodne z wartościami rzeczywistymi. Wyniki symulacji dyskretnych zostały zweryfikowane w artykule za pomocą własnych testów laboratoryjnych wykonanych w aparacie bezpośredniego ścinania. Podstawowe właściwości piasku użytego w doświadczeniach zestawiono w tabeli 1.

Badania doświadczalne przeprowadzono na próbce piasku w stanie średniego zagęszczenia ($e_0 = 0,60$). W przypadku obliczeń numerycznych przeprowadzono dodatkowe testy próbek w stanie luźnym ($e_0 = 0,70$ oraz $e_0 = 0,78$) w celu sprawdzenia poprawności działania modelu. W przypadku wszystkich testów, ciśnienie przyłożone do próbki wynosiło

$\sigma_c = P/A_s = 48$ kPa, gdzie P oznacza siłę pionową przyłożoną do górnej płyty, a A_s to powierzchnia ścinania podczas testu. Na rysunku 3 porównano wyniki numeryczne z wynikami eksperymentalnymi. W tabeli 2 zawarto natomiast zestawienie skalibrowanych parametrów dyskretnych na podstawie tego porównania. Wyniki pokazują, że przebieg krzywych wytrzymałości na ścinanie i odkształcenia objętościowego był zgodny z wynikami eksperymentalnymi. Model skutecznie odwzorował nieliniowe zachowanie materiałów ziarnistych pod wpływem ścinania, zarówno próbek w stanie początkowego zagęszczenia, jak i w stanie luźnym. Szczególnie dobrą korelację z badaniami doświadczalnymi zaobserwowano w przypadku ewolucji wskaźnika naprężeń. W przypadku odkształceń objętościowych, wielkości uzyskane w analizie dyskretniej były istotnie większe (nawet do 30%) od wielkości eksperymentalnych. Różnica ta jest typowa w przypadku symulacji materiałów ziarnistych złożonych z idealnie sferycznych cząstek, ponieważ taki kształt wprowadza do modelu sztuczną dylatację [13–15]. W związku z tym, że zastosowany model numeryczny składa się ze sferycznych ziaren, należy pamiętać, że może to mieć wpływ na uzyskane rezultaty, takie jak rozkład wskaźnika porowatości czy wielkość obrotów ziaren wewnątrz próbki. Wynika to z faktu, że deformacja ma-

Table 1. Properties of the granular material used in the experimental studies

Tabela 1. Właściwości materiału sypkiego użytego w badaniach doświadczalnych

Parameter	Value
Relative density I_D [%]	55±5
Specific gravity ρ_s [g/cm ³]	2.64±0,02
Dry bulk density ρ_d [g/cm ³]	1.64±0.02
Void ratio e	0.60±0.02
Minimal void ratio e_{min}	0.49
Maximal void ratio e_{max}	0.74
Maximal angle of internal friction ϕ'_{max}	41.7
Constant volume angle of internal friction ϕ'_{cv}	35.3

Wzrost wartości parametrów dyskretnych na podstawie tego porównania. Wyniki pokazują, że przebieg krzywych wytrzymałości na ścinanie i odkształcenia objętościowego był zgodny z wynikami eksperymentalnymi. Model skutecznie odwzorował nieliniowe zachowanie materiałów ziarnistych pod wpływem ścinania, zarówno próbek w stanie początkowego zagęszczenia, jak i w stanie luźnym. Szczególnie dobrą korelację z badaniami doświadczalnymi zaobserwowano w przypadku ewolucji wskaźnika naprężeń. W przypadku odkształceń objętościowych, wielkości uzyskane w analizie dyskretniej były istotnie większe (nawet do 30%) od wielkości eksperymentalnych. Różnica ta jest typowa w przypadku symulacji materiałów ziarnistych złożonych z idealnie sferycznych cząstek, ponieważ taki kształt wprowadza do modelu sztuczną dylatację [13–15]. W związku z tym, że zastosowany model numeryczny składa się ze sferycznych ziaren, należy pamiętać, że może to mieć wpływ na uzyskane rezultaty, takie jak rozkład wskaźnika porowatości czy wielkość obrotów ziaren wewnątrz próbki. Wynika to z faktu, że deformacja ma-

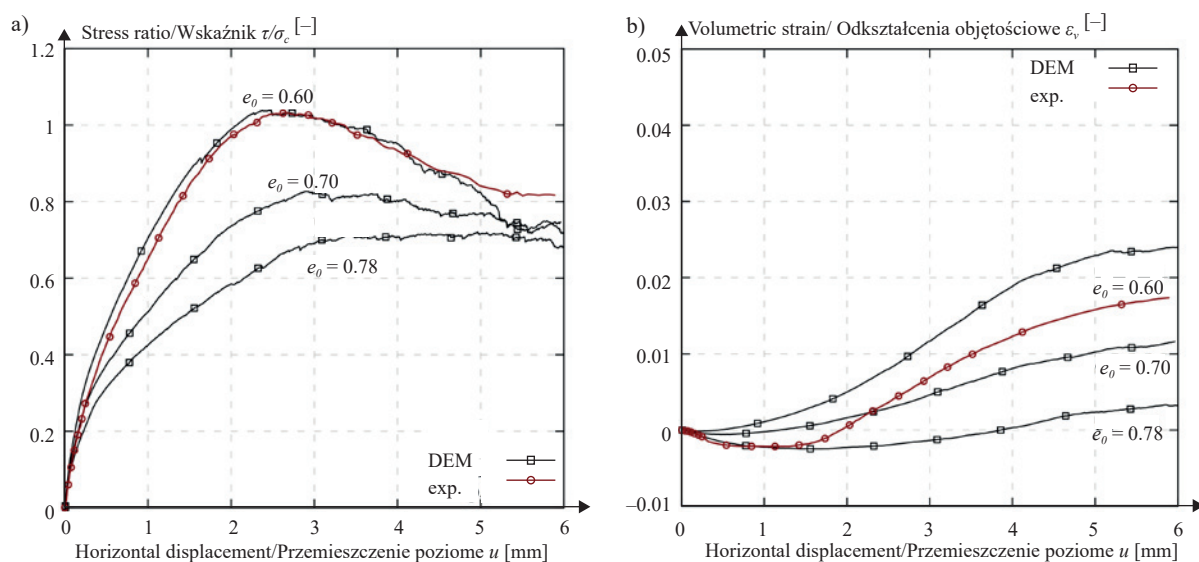


Fig. 3. Evolution of: a) stress ratio τ/σ_c ; b) volumetric strain ϵ_v , curves for different initial parameters of the numerical calculations compared with experimental results ($e_0 = 0.60/0.70/0.78$, $\sigma_c = 48$ kPa)

Rys. 3. Krzywe: a) wskaźnika naprężeń τ/σ_c ; b) odkształceń objętościowych ϵ_v , w przypadku różnych parametrów początkowych obliczeń numerycznych porównane z własnymi wynikami uzyskanymi w badaniach doświadczalnych ($e_0 = 0,60/0,70/0,78$, $\sigma_c = 48$ kPa)

walls of the sample (figure 4a). As shearing progresses, the localization zone evolves until it becomes clearly horizontal in the final phase. This zone divides the sand into two quasi-rigid blocks – upper and lower – separated by a deformation zone.

In figures 5 and 6, the process of the formation of the shear zone within the tested sample is shown. The shear zone is an area where significant deformations of the granular material occur, consisting of narrow bands subjected to intense shearing. In the case of the direct shear test, this zone separates two quasi-rigid bodies of material (figure 4) and is characterized by significant volume changes and local reorganization of the soil structure caused by the movement of the grains. A typical effect of the formation of the shear zone is the change in the fields of the void ratio and grain rotations [14, 18÷20]. In the initial stage of shearing, the void ratio remains relatively uniform throughout the sample, with a slight increase observed near the boundaries of the shear box (figure 5a). As shearing progresses, a horizontal zone of larger pores between the grains clearly forms, indicating the concentration of dilatancy in the deformation area (figure 5b). In the final stage of the test, the void ratio reaches its maximum values inside this zone, while the rest of the granular material matrix remains practically unchanged (figure 5c). The distribution of the void ratio shows good agreement with the fields of grain rotations (figure 6). Initially, the grain rotations are concentrated near the boundaries of the apparatus box. In later stages, a distinct horizontal band composed of grains

Table 2. Discrete model parameters

Tabela 2. Parametry modelu dyskretnego

Parameter	Value
Modulus of elasticity of the grain contact E_c [MPa]	300
Shear/normal stiffness ratio of the grain contact ν_c	0.3
Interparticle friction angle μ_c [°]	18
Rolling stiffness coefficient β	0.7
Limit rolling coefficient η	0.4
Mean grain diameter d_{50} [mm]	0.5
Specific gravity G_s [g/cm ³]	2.64

teriału sypkiego zależy nie tylko od jego właściwości mechanicznych, ale także od kształtu i wielkości ziaren [16, 17].

Analiza wyników

Przedstawiono wyniki na poziomie ziarna uzyskane podczas ścinania modelu gruntu w analizie dyskretniej. Analizowane parametry, takie jak przemieszczenia poziome ziaren v_x , wskaźnik porowatości e , obroty ziaren ω oraz

siły kontaktowe między ziarnami, zostały odczytane na trzech etapach ścinania: $u = 2$ mm; $u = 4$ mm oraz $u = 6$ mm (koniec testu). Rysunki 4÷6 pokazują, że pomimo nieskomplikowanych warunków brzegowych testu, zachowanie piasku podczas ścinania jest nieliniowe i złożone. Metoda DEM stanowi dobre narzędzie umożliwiające śledzenie zachowania gruntu na poziomie pojedynczych ziaren. Przemieszczenia poziome ziaren (rysunek 4) wskazują, że na początkowym etapie deformacja jest skoncentrowana w pobliżu poruszających się ścian próbki (rysunek 4a). Wraz z postępem ścinania strefa lokalizacji ulega przekształceniu, aż w końcowej fazie przyjmuje wyraźnie poziomy charakter. Strefa ta dzieli piasek na dwa quasi-szttywne bloki – górny i dolny – oddzielone pasmem deformacji.

Na rysunkach 5 i 6 przedstawiono proces formowania się strefy ścinania wewnątrz badanej próbki. Strefa ścinania to obszar występowania znacznych deformacji materiału sypkiego, składający się z wąskich pasm poddanych intensywnemu ścinaniu. W przypadku testu w aparacie bezpośredniego ścinania, strefa ta oddziela dwie quasi-szttywne bryły materiału (rysunek 4) i charakteryzuje się znacznymi zmia-

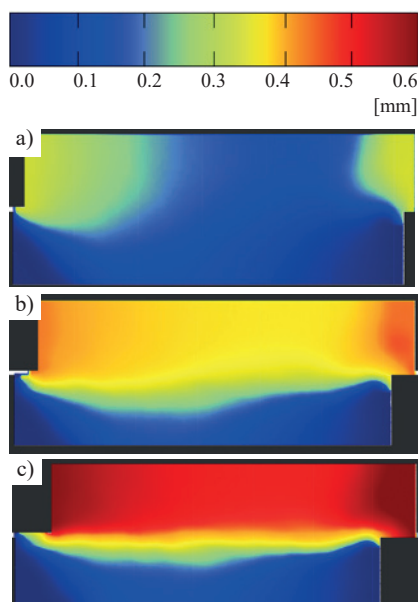


Fig. 4. Distribution of horizontal displacements v_x in a medium-dense sand sample ($e_0 = 0.60$) during a direct shear test for different horizontal displacements of the shear box: a) $u = 2$ mm, b) $u = 4$ mm and c) $u = 6$ mm

Rys. 4. Rozkład przemieszczeń poziomych v_x próbki piasku w stanie średnio zagęszczonej ($e_0 = 0,60$) podczas testu w aparacie bezpośredniego ścinania w przypadku przemieszczenia poziomego skrzynki: a) $u = 2$ mm, b) $u = 4$ mm; c) $u = 6$ mm

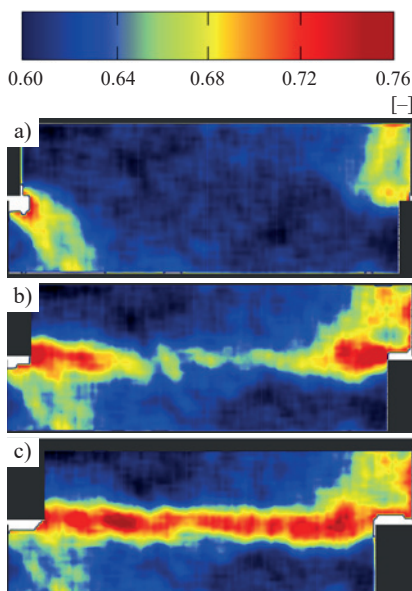


Fig. 5. Distribution of void ratio e in a medium-dense sand sample ($e_0 = 0.60$) during a direct shear test for different horizontal displacements of the shear box: a) $u = 2$ mm, b) $u = 4$ mm and c) $u = 6$ mm

Rys. 5. Rozkład wskaźnika porowatości e próbki piasku w stanie średnio zagęszczonej ($e_0 = 0,60$) podczas testu w aparacie bezpośredniego ścinania w przypadku przemieszczenia poziomego skrzynki: a) $u = 2$ mm; b) $u = 4$ mm; c) $u = 6$ mm

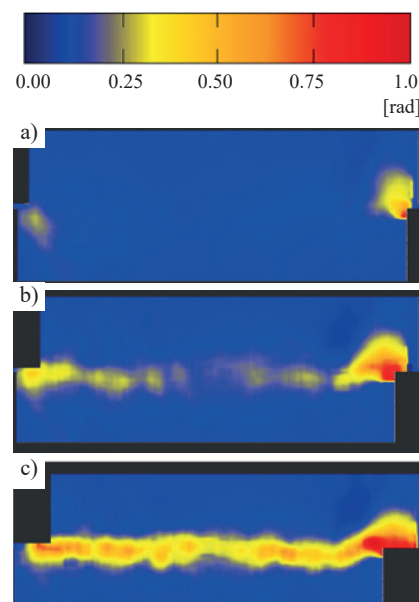


Fig. 6. Distribution of particle rotations ω in a medium-dense sand sample ($e_0 = 0.60$) during a direct shear test for different horizontal displacements of the shear box: a) $u = 2$ mm, b) $u = 4$ mm and c) $u = 6$ mm

Rys. 6. Rozkład obrotów ziaren ω dla próbki piasku w stanie średnio zagęszczonej ($e_0 = 0,60$) w trakcie testu w aparacie bezpośredniego ścinania w przypadku przemieszczenia poziomego skrzynki: a) $u = 2$ mm; b) $u = 4$ mm; c) $u = 6$ mm

characterized by higher rotations forms, indicating intense deformation in this area.

Using the DEM, it is relatively easy to determine the forces acting between individual grains, which in turn provides valuable information about the stress distribution within the soil. The distribution of force chains at three stages of shearing is shown in figures 7 and 8. The largest increase in normal forces between the grains is localized near the upper left and lower right corners of the sample. The relative movement of the boxes causes the granular material to form a „cross-brace” which, by wedging, increases the shear strength of the soil. A significant increase in contact forces is also observed within the shear zone. In addition, the force chains in this area change their angle of inclination to the localized zone during shearing. The increase in stresses within the sample results from significant internal changes, where a continuous process of breaking and re-forming grain columns is visible (marked by black arrows in figure 8). This random concentration of force chains within the shear zone leads to slight changes in the soil shear strength curves, especially in the final phase.

Summary and conclusions

Studies have shown that the Discrete Element Method (DEM) effectively reproduces the nonlinear behavior of non-cohesive soils and enables a detailed analysis of phenomena

nami objętości oraz lokalną reorganizacją struktury gruntu, spowodowaną ruchem ziaren. Typowym efektem formowania się strefy ścinania są zmiany w polach wskaźnika porowatości oraz obrotów ziaren [14, 18÷20]. W początkowym etapie ścinania wskaźnik porowatości pozostaje względnie jednorodny w całej próbce, z niewielkim wzrostem obserwowanym w pobliżu granic skrzynki aparatu (rysunek 5a). Wraz z postępowaniem ścinania wyraźnie zaznacza się pozioma strefa, o powiększonych porach między ziarnami, co wskazuje na koncentrację dylatacji w obszarze deformacji (rysunek 5b). W końcowej fazie testu wskaźnik porowatości osiąga maksymalne wartości w tej strefie, podczas gdy reszta szkieletu materiału sypkiego pozostaje praktycznie niezmienną (rysunek 5c). Rozkład wskaźnika porowatości wykazuje dobrą zgodność z polami obrotów ziaren (rysunek 6). Na początku rotacje ziaren są skoncentrowane w pobliżu granic skrzynki aparatu. W późniejszych etapach formuje się wyraźne poziome pasmo złożone z ziaren o większych obrotach, co wskazuje na intensywną deformację w tym obszarze.

Za pomocą metody DEM stosunkowo łatwo można określić siły działające pomiędzy poszczególnymi ziarnami, co z kolei dostarcza cennych informacji na temat rozkładu naprężeń wewnątrz gruntu. Rozkład łańcuchów sił w trzech etapach ścinania przedstawiono na rysunkach 7 i 8. Największy wzrost sił normalnych między ziarnami jest zlokalizowany w pobliżu lewego górnego oraz prawego dolnego narożnika próbki. Względne przemieszczenie skrzynek powoduje, że

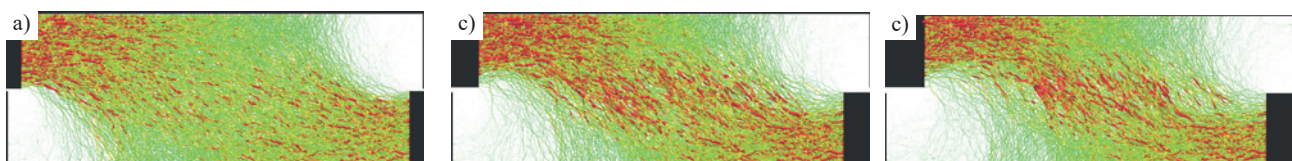


Fig. 7. Distribution of contact forces between particles in a medium-dense sand sample ($e_0 = 0.60$) during a direct shear test for different horizontal displacements of the shear box: a) $u = 2$ mm, b) $u = 4$ mm and c) $u = 6$ mm (red color – force values above the average)

Rys. 7. Rozkład łańcuchów sił między ziarnami próbki piasku w stanie średnio zagęszczonym ($e_0 = 0,60$) w trakcie testu w aparacie bezpośredniego ścinania w przypadku przemieszczenia poziomego skrzynki: a) $u = 2$ mm; b) $u = 4$ mm; c) $u = 6$ mm (kolor czerwony – wartość sił powyżej średniej)

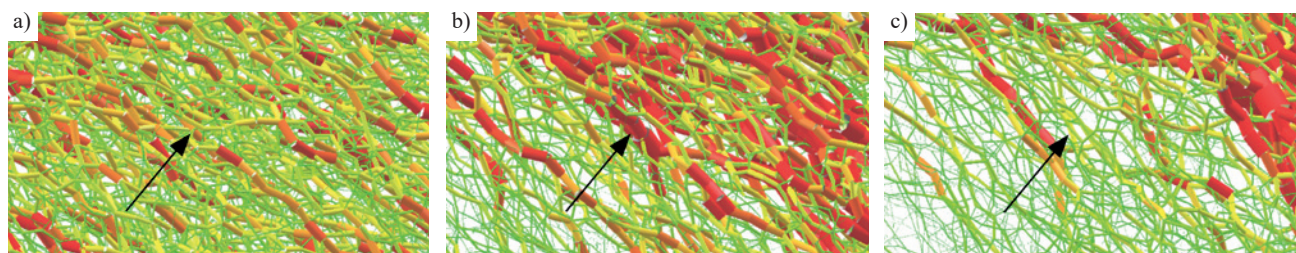


Fig. 8. A close up-view on the distribution of contact forces between particles in a medium-dense sand sample ($e_0 = 0.60$) during a direct shear test for different horizontal displacements of the shear box: a) $u = 2$ mm, b) $u = 4$ mm and c) $u = 6$ mm

Rys. 8. Powiększenie łańcuchów sił między ziarnami wewnątrz strefy ścinania w przypadku próbki piasku ($e_0 = 0,60$) w trakcie testu w aparacie bezpośredniego ścinania przy przemieszczeniu poziomego skrzynki: a) $u = 2$ mm; b) $u = 4$ mm; c) $u = 6$ mm

occurring within the localized zone. The results confirm that the behavior of individual grains and their mutual interactions within the shear zone have a crucial impact on the overall properties of the soil. By accounting for the granular structure, it is possible to obtain hard-to-access data, such as the void ratio distribution within the sample, grain rotations, or contact forces between grains, which significantly complement experimental research.

The analysis confirms that, at its current stage of development, DEM expands the scope of laboratory studies by allowing the simultaneous analysis of multiple scenarios involving different initial conditions, such as sample initial void ratio or initial stresses. In the future, with further increases in computational power, DEM will enable the analysis of increasingly complex engineering and geotechnical problems, including slope stability, landslides, and processes related to the production and transportation of granular materials. It is also worth noting that the Discrete Element Method does not have to be limited solely to engineering problems related to the behavior of granular materials but can also be applied to the analysis of materials with continuous and heterogeneous structures, such as concrete [21]. Additionally, the scope of potential analyses can be further extended by combining the DEM method with the Finite Element Method (FEM) [22].

między tymi narożami materiał sypki tworzy tzw. krzyżulec, który, klinując się, zwiększa wytrzymałość gruntu na ścinanie. Znaczne zwiększenie sił kontaktowych obserwuje się również w obrębie strefy ścinania. Co więcej, w tym obszarze łańcuchy sił zmieniają podczas ścinania kąt nachylenia względem lokalizacji. Zwiększenie naprężeń w próbce wynika ze znacznych zmian wewnątrz lokalizacji, gdzie widoczny jest ciągły proces przelamywania i ponownego formowania się kolumn ziaren (zaznaczony czarnymi strzałkami na rysunku 8). Ta losowa koncentracja łańcuchów sił w obrębie strefy ścinania prowadzi do niewielkich zmian na wykresach wytrzymałości gruntu na ścinanie, szczególnie w fazie końcowej.

Podsumowanie i wnioski

Badania wykazały, że Metoda Elementów Dyskretnych skutecznie odwzorowuje nieliniowe zachowanie gruntów niespoistych i pozwala na szczegółową analizę zjawisk zachodzących w strefie lokalizacji. Wyniki potwierdzają, że zachowanie pojedynczych ziaren oraz ich wzajemne oddziaływania wewnątrz strefy ścinania mają kluczowy wpływ na globalne właściwości gruntu. Dzięki uwzględnieniu ziarnistej struktury możliwe jest uzyskanie trudno dostępnych danych, takich jak rozkład porowatości wewnątrz próbki, obroty ziaren czy siły kontaktowe między ziarnami, co stanowi istotne uzupełnienie badań doświadczalnych.

Wyniki analizy potwierdzają, że na obecnym etapie rozwoju metoda DEM pozwala poszerzyć zakres badań laboratoryjnych, umożliwiając jednoczesną analizę wielu scenariuszy obejmujących różne warunki początkowe, takie jak zagęszczenie próbki czy naprężenia początkowe. W przyszłości, wraz z dalszym wzrostem mocy obliczeniowej, metoda DEM będzie umożliwiać analizę coraz bardziej złożonych zagadnień inżynierskich i geotechnicznych, obejmujących m.in. stabilność nasypów, osuwiska oraz procesy związane z produkcją i transpor-

tem materiałów sypkich. Warto również zauważyć, że Metoda Elementów Dyskretnych nie musi być ograniczona wyłącznie do problemów inżynierskich związanych z zachowaniem materiałów sypkich, ale może znaleźć także zastosowanie w analizie materiałów o ciągłej i heterogenicznej strukturze, takich jak np. beton [21]. Zakres potencjalnych analiz może być ponadto rozszerzony przez połączenie metody DEM z Metodą Elementów Skończonych [22].

The research work has been carried out within the project financed by the National Science Centre, Poland (NCN) (UMO-2022/45/N/ST8/03567)

Praca powstała w wyniku realizacji projektu badawczego o nr UMO-2022/45/N/ST8/03567 finansowanego ze środków Narodowego Centrum Nauki (NCN).

*Received: 18.11.2024
Revised: 08.01.2025
Published: 25.04.2025*

*Artykuł wpłynął do redakcji: 18.11.2024 r.
Otrzymano poprawiony po recenzjach: 08.01.2025 r.
Opublikowano: 25.04.2025 r.*

Literature

- [1] Kozicki J, Niedostatkiwicz M, Tejchman J, Mühlhaus HB. “Discrete modelling results of a direct shear test for granular materials versus FE results”, *Granul. Matter*, t. 15, nr 5, s. 607–627, cze 2013, <https://doi.org/10.1007/s10035-013-0423-y>
- [2] Vardoulakis I, Shah KR, Papanastasiou P. “Modelling of tool-rock shear interfaces using gradient-dependent flow theory of plasticity”, *Int. J. Rock Mechanics Mining Sci. & Geomechanics Abstr.*, t. 29, nr 6, s. 573–582, lis 1992, [https://doi.org/10.1016/0148-9062\(92\)91615-c](https://doi.org/10.1016/0148-9062(92)91615-c)
- [3] Cundall PA, Strack ODL. “A discrete numerical model for granular assemblies”, *Géotechnique*, t. 29, nr 1, s. 47–65, mar 1979, <https://doi.org/10.1680/geot.1979.29.1.47>
- [4] Salazar A, Sáez E, Pardo G. “Modeling the direct shear test of a coarse sand using the 3D Discrete Element Method with a rolling friction model”, *Comput. Geotechnics*, t. 67, s. 83–93, cze 2015, <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2015.02.017>
- [5] Tejchman J, Bauer E. “Fe-simulations of a direct and a true simple shear test within a polar hypoplasticity”, *Comput. Geotechnics*, t. 32, nr 1, s. 1–16, sty 2005, <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2004.11.004>
- [6] Wang C, Deng A, Taheri A. “Three-dimensional discrete element modeling of direct shear test for granular rubber–sand”, *Comput. Geotechnics*, t. 97, s. 204–216, maj 2018, <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2018.01.014>
- [7] Roguska E. „Kotwy iniekcyjne w gruntach i skałach”. *Materiały Budowlane* 2024; 2: 61–65
- [8] Kozicki J, Donzé FV. “A new open-source software developed for numerical simulations using discrete modeling methods”, *Comput. Methods Appl. Mechanics Eng.*, t. 197, nr 49-50, s. 4429–4443, wrz 2008, <https://doi.org/10.1016/j.cma.2008.05.023>
- [9] Smilauer V i in., “Yade Documentation,” arXiv (Cornell University), sty 2023, doi: 10.48550/arxiv.2301.00611.
- [10] Combe G, Roux J. “Discrete numerical simulation, quasistatic deformation and the origins of strain in granular materials”, In Taylor & Francis eBooks, wrz 2003, <https://doi.org/10.1201/noe9058096043.ch136>
- [11] Belheine N, Plassiard JP, Donzé FV, Darve F, Seridi A. “Numerical simulation of drained triaxial test using 3D discrete element modeling”, *Comput. Geotechnics*, t. 36, nr 1-2, s. 320–331, sty 2009, <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2008.02.003>
- [12] Kozicki J, Tejchman J, Mühlhaus H-B. “Discrete simulations of a triaxial compression test for sand by DEM”, *Int. J. Numer. Analytical Methods Geomechanics*, t. 38, nr 18, s. 1923–1952, kwi 2014, <https://doi.org/10.1002/nag.2285>
- [13] Zhao S, Evans TM, Zhou X. “Shear-induced anisotropy of granular materials with rolling resistance and particle shape effects”, *Int. J. Solids Struct.*, t. 150, s. 268–281, paź 2018, <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2018.06.024>
- [14] Grabowski A, Nitka M, Tejchman J. “3D DEM simulations of monotonic interface behaviour between cohesionless sand and rigid wall of different roughness”, *Acta Geotech.*, paź 2020, <https://doi.org/10.1007/s11440-020-01085-6>
- [15] Jiang M, Shen Z, Wang J. “A novel three-dimensional contact model for granulates incorporating rolling and twisting resistances”, *Comput. Geotechnics*, t. 65, s. 147–163, kwi 2015, <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2014.12.011>
- [16] Morgan JK. “Numerical simulations of granular shear zones using the distinct element method: 2. Effects of particle size distribution and interparticle friction on mechanical behavior”, *J. Geophysical Res.: Solid Earth*, t. 104, B2, s. 2721–2732, lut 1999, <https://doi.org/10.1029/1998jb900055>
- [17] Wang Z-Y, Wang P, Yin Z-Y, Wang R. “Micromechanical investigation of the particle size effect on the shear strength of uncrushable granular materials”, *Acta Geotech.*, mar 2022, <https://doi.org/10.1007/s11440-022-01501-z>
- [18] Nitka M, Grabowski A. “Shear band evolution phenomena in direct shear test modelled with DEM”, *Powder Technol.*, t. 391, s. 369–384, paź 2021, <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2021.06.025>
- [19] Oda M, Takemura T, Takahashi M. “Microstructure in shear band observed by microfocus X-ray computed tomography”, *Géotechnique*, t. 54, nr 8, s. 539–542, paź 2004, <https://doi.org/10.1680/geot.2004.54.8.539>
- [20] Hall SA i in., “Discrete and continuum analysis of localised deformation in sand using X-ray μ CT and volumetric digital image correlation”, *Géotechnique*, t. 60, nr 5, s. 315–322, maj 2010, <https://doi.org/10.1680/geot.2010.60.5.315>
- [21] Nitka M, Tejchman J. “A three-dimensional meso-scale approach to concrete fracture based on combined DEM with X-ray μ CT images”, *Cement Concrete Res.*, t. 107, s. 11–29, maj 2018, <https://doi.org/10.1016/j.cemconres.2018.02.006>
- [22] Nitka M, Combe G, Dascalu C, Desrues J. “Two-scale modeling of granular materials: a DEM-FEM approach”, *Granul. Matter*, t. 13, nr 3, s. 277–281, mar 2011, <https://doi.org/10.1007/s10035-011-0255-6>